



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학박사 학위 논문

분수 슬롯 집중권을 가지는
매입형 영구자석 동기 전동기의
인덕턴스 분석 및 수식화

Analysis and Formulation of Inductance for
IPMSMs with Fractional-Slot Concentrated Windings

2017 년 2 월

서울대학교 대학원
전기·컴퓨터공학부
권 용 철

분수 슬롯 집중권을 가지는 매입형 영구자석 동기 전동기의 인덕턴스 분석 및 수식화

지도 교수 설 승 기

이 논문을 공학박사 학위논문으로 제출함
2016 년 12 월

서울대학교 대학원
전기·컴퓨터공학부
권 용 철

권용철의 공학박사 학위논문을 인준함
2016 년 12 월

위 원 장 _____ (인)

부위원장 _____ (인)

위 원 _____ (인)

위 원 _____ (인)

위 원 _____ (인)

초 록

최근 10년간 분수 슬롯 집중권(Fractional-Slot Concentrated Winding: FSCW)을 가지는 영구자석 동기 전동기(Permanent Magnet Synchronous Motor: PMSM)에 대한 관심이 학계와 산업계에서 크게 증가하였다. 분수 슬롯 집중권은 높은 토크 밀도 및 효율, 낮은 코깅 토크, 우수한 제작성 등의 장점을 가지고 있어서 현재까지 활발한 연구가 이루어지고 있으며 적용 분야가 차츰 넓어지는 추세이다.

하지만 전동기의 백터 제어를 위해 사용되는 기존의 매입형 영구자석 동기 전동기(Interior Permanent Magnet Synchronous Motor: IPMSM)의 모델은 FSCW IPMSM에 적용되지 않는다. 기존의 IPMSM 모델에서는 정현 권선을 가지는 대칭 전동기를 가정하고 전동기의 하나의 극쌍에 대한 공극 자계 분포를 통해 전동기의 전체 모델을 유도하였다. 하지만 FSCW IPMSM은 펄스 형태의 권선을 가지는 비대칭 전동기이므로 상 권선이 자극별로 나누어지지 않기 때문에 기존의 모델을 적용할 수 없다. 뿐만 아니라 기존의 연구에서 모델링한 IPMSM의 퍼미언스 함수가 실제 IPMSM의 공극 자계 분포를 잘 설명하지 못한다는 것을 본 논문에서 발견하였다. 이는 기존의 연구에서 IPMSM의 특징적인 현상인 “극편 부유 효과”를 고려하지 않았기 때문이다.

본 논문에서는 극편 부유 효과를 통해 복잡한 IPMSM의 공극 자계 분포의 특성을 분석하였다. 그리고 이를 바탕으로 FSCW IPMSM의 인덕턴스를 정확하게 수식화하는 방법을 제안하였다. 이를 위해 우선 전류도체법을 기반으로 단일 도체에 의한 공극 자계 분포를 이용하여 코일 인덕턴스를 수식화하였다. 이후 FSCW의 각 극/슬롯 조합에 따른 권선법을 고려하여 코일 인덕턴스를 상 및 동기 인덕턴스로 변환하여서 수식화를 완성하였다. 또한 제안된 방법을 확장하여서 절대각 센서리스 구동을 위한 전동기를 모델링하여 전동기 설계를 최적화 하였다.

주요어: 매입형 영구자석 동기 전동기, 분수 슬롯 집중권, 인덕턴스, 권선 함수 이론, 절대각 센서리스 구동

학 번: 2012-30191

목 차

제 1장 서론.....	1
1.1 연구의 배경.....	1
1.2 연구의 목적.....	5
1.3 논문의 구성.....	6
제 2장 시험용 전동기 설계 및 기본 특성.....	7
2.1 시험용 전동기의 기본 사양.....	7
2.2 시험용 전동기의 정격 설계.....	8
2.3 시험용 전동기에 사용되는 물질 특성.....	13
2.4 시험용 전동기의 무부하(No load) 특성.....	16
2.5 시험용 전동기의 전부하(Full load) 특성.....	18
제 3장 기존의 연구.....	20
3.1 권선 함수 이론.....	20
3.1.1 회전자 위치, 공극 위치.....	20
3.1.2 일반적인 기자력 표현.....	21
3.1.3 권선 함수로 표현된 기자력 수식 유도.....	24
3.1.3.1 돌극성이 없는 회전자에 따른 기자력 표현.....	24
3.1.3.2 돌극성이 있는 회전자에 따른 기자력 표현.....	25
3.1.4 권선 함수를 이용한 인덕턴스의 표현.....	29
3.2 권선 함수 이론의 적용.....	31
3.2.1 이상적인 IPMSM의 모델링.....	31
3.2.2 실질적인 전동기의 모델링.....	36
3.2.2.1 권선형 회전자 동기기.....	36
3.2.2.2 편심을 가지는 전동기.....	37
3.2.2.3 릴럭턴스 전동기.....	38
3.2.2.4 영구자석 동기 전동기.....	39
3.3 기존 연구의 한계.....	42
3.3.1 회전자 형태에 따른 역 공극 함수.....	43
3.3.1.1 역 공극 함수 분석을 위한 네 가지 전동기 모델.....	43

3.3.1.2 일체형 철심의 회전자를 가지는 전동기의 역 공극 함수	4 5
3.3.1.3 복잡한 회전자 구조를 가지는 전동기의 역 공극 함수	4 9
3.3.2 분수 슬롯 집중권에서의 권선 함수 이론	5 3
제 4장 제안된 방법	5 7
4.1 매입형 영구자석 동기 전동기의 공극 자계 분포 특성	5 8
4.1.1 전기각 vs 기계각 기준 해석	5 8
4.1.2 단일 코일에 의한 공극 자계 분포	6 2
4.1.3 극편 부유 효과를 고려한 공극 자계 분포 분석	6 9
4.1.3.1 극편 부유 효과	6 9
4.1.3.2 회전자 등가 모델을 이용한 분석	7 2
4.2 제안된 전동기의 인덕턴스 분석 방법	7 9
4.2.1 자계 분포 함수	7 9
4.2.2 단일 코일의 인덕턴스	8 8
4.2.2.1 인덕턴스의 일반 식	8 8
4.2.2.2 자기 인덕턴스	8 9
4.2.2.3 상호 인덕턴스	9 0
4.2.3 상 권선의 인덕턴스	9 3
4.2.3.1 상 인덕턴스의 일반 수식	9 3
4.2.3.2 8P9S 전동기	9 5
4.2.3.3 8P12S 전동기	1 0 0
4.2.3.4 10P9S 전동기	1 0 4
4.2.3.5 10P12S 전동기	1 0 7
4.2.4 동기 인덕턴스	1 1 2
4.2.5 유한 요소 해석을 통한 제안된 방법의 검증	1 1 7
4.2.5.1 대상 전동기	1 1 7
4.2.5.2 코일 인덕턴스	1 1 8
4.2.5.3 상 인덕턴스	1 2 4
4.2.5.4 동기 인덕턴스	1 2 9
제 5장 절대각 센서리스 전동기의 설계와 모델링	1 3 4

5.1 절대각 센서리스 제어	1 3 4
5.2 비대칭 회전자와 비대칭 권선을 가지는 절대각 센서리스 전동기	1 3 6
5.2.1 제안된 전동기 설계	1 3 6
5.2.2 제안된 전동기의 모델링	1 3 9
5.2.3 회전자의 절대 위치 추정 알고리즘	1 4 5
5.2.4 제안된 전동기의 기본 특성	1 4 8
5.3 비대칭 회전자와 측정 코일을 가지는 절대각 센서리스 전동기	1 5 2
5.3.1 제안된 전동기 설계	1 5 2
5.3.2 제안된 전동기의 모델링	1 5 5
5.3.3 측정 코일 전압의 측정	1 6 0
5.3.4 회전자의 절대 위치 추정 알고리즘	1 6 1
5.3.5 제안된 전동기의 기본 특성	1 6 2
제 6장 실험 결과	1 6 6
6.1 실험 환경	1 6 6
6.2 역기전력 측정	1 6 9
6.3 인덕턴스 측정	1 7 1
6.3.1 코일 인덕턴스	1 7 1
6.3.2 동기 인덕턴스	1 7 4
6.4 절대각 센서리스 제어	1 7 6
6.4.1 비대칭 회전자와 비대칭 권선을 가지는 절대각 센서리스 전동기	1 7 6
6.4.2 비대칭 회전자와 측정 코일을 가지는 절대각 센서리스 전동기	1 7 9
제 7장 결론	1 8 3
참고 문헌	1 8 7
Abstract	1 9 1
부 록	1 9 2

표 목차

표 2-1. 시험용 전동기의 설계 세부 사항.....	7
표 2-2. 시험용 전동기의 제정수.....	1 1
표 2-3. 그림 2-8에서 고정자 부위 별 최대 자속 밀도 및 비투자율 ...	1 6
표 2-4. 그림 2-10에서 고정자 부위 별 최대 자속 밀도 및 비투자율 .	1 8
표 5-1. 템플릿 전동기의 제정수.....	1 3 6
표 A-1. IPMSM의 각 부분별 명칭에 대한 한글 및 영어 표현.....	1 9 2
표 A-2. IPMSM의 치수 기호의 의미.....	1 9 3
표 A-3. 권선법 관련 용어 정리.....	1 9 4

그림 목차

그림 2-1. 시험용 전동기의 단면도.....	7
그림 2-2. 시험용 전동기의 슬롯 코일 배치도.....	9
그림 2-3. 8P9S 전동기의 L_{axis} 와 N_{ct} 에 따른 능력 곡선의 변화	1 0
그림 2-4. 시험용 전동기의 연속 정격($I_{rated} = 5.2 \text{ Arms}$)에 따른 능력 곡선	1 2
그림 2-5. 시험용 전동기의 순간 정격($I_{rated} = 8 \text{ Arms}$)에 따른 능력 곡선	1 2
그림 2-6. NEOMAX-39SH의 감자 곡선.....	1 3
그림 2-7. RM09의 물질 특성	1 4
그림 2-8. 시험용 전동기의 무부하 자속 밀도 분포.....	1 6
그림 2-9. 시험용 전동기의 역기전력.....	1 7
그림 2-10. 시험용 전동기의 전부하 자속 밀도 분포.....	1 8
그림 2-11. 시험용 전동기의 토크.....	1 9
그림 3-1. θ_{rm} 과 ϕ_m 의 정의.....	2 0
그림 3-2. 전동기의 공극 내에 임의로 배치된 권선.....	2 1
그림 3-3. 그림 3-2의 권선에 따른 턴 함수	2 2
그림 3-4. $d\phi_m$ 에 대한 공극 영역.....	2 9
그림 3-5. 정현적인 특성을 가지는 IPMSM.....	3 2
그림 3-6. 참고 문헌 [29]의 회전자 특성 모델링	3 6
그림 3-7. 참고 문헌 [30]의 회전자 특성 모델링	3 7
그림 3-8. 참고 문헌 [35]의 회전자 특성 모델링	3 8
그림 3-9. 참고 문헌 [40]의 회전자 특성 모델링	3 8
그림 3-10. 참고 문헌 [46]의 회전자 특성 모델링	3 9
그림 3-11. 참고 문헌 [47]의 회전자 특성 모델링	4 0
그림 3-12. 참고 문헌 [48]의 회전자 특성 모델링	4 0
그림 3-13. 역 공극 함수 분석을 위한 전동기 모델.....	4 3
그림 3-14. 역 공극 함수 추출 과정.....	4 5
그림 3-15. 그림 3-13의 전동기 모델의 권선 함수와 고조파 특성	4 5

그림 3-16. 정현 공극 회전자의 역 공극 함수 특성.....	4 7
그림 3-17. 돌극형 회전자의 역 공극 함수 특성.....	4 8
그림 3-18. 축방향 성층형 회전자의 역 공극 함수 특성.....	5 0
그림 3-19. 영구자석 매입 회전자의 역 공극 함수 특성.....	5 1
그림 3-20. 분수 슬롯 집중권에서 공극 기자력 분석을 위한 전동기 모델	5 4
그림 3-21. 8P12S 전동기의 권선 함수 특성	5 4
그림 3-22. 그림 3-20(가) 전동기의 공극 기자력.....	5 5
그림 3-23. 그림 3-20(나) 전동기의 공극 기자력.....	5 5
그림 4-1. 8P12S 시험용 전동기의 전체 모델과 축소 모델	5 8
그림 4-2. 모든 코일이 자기적으로 결합된 경우의 자속 밀도 분포.....	6 0
그림 4-3. 인접한 코일만 자기적으로 결합된 경우의 자속 밀도 분포. 6 1	
그림 4-4. 이상적인 역 공극 함수와 단일 코일 여자에 따른 공극 자속 분포.....	6 3
그림 4-5. 단일 코일 여자에 의한 자속 (일체형 철심 회전자).....	6 4
그림 4-6. 단일 코일 여자에 의한 공극 자계 분포 (일체형 철심 회전자)	6 5
그림 4-7. 단일 코일 여자에 의한 자속 및 자속 밀도 (영구자석 매입 회전자)	6 6
그림 4-8. 단일 코일에 여자에 의한 공극 자계 분포 (영구자석 매입 회전자)	6 7
그림 4-9. 단일 코일에 대한 역 공극 함수.....	6 8
그림 4-10. IPMSM의 회전자 구조 및 자기 등가회로.....	6 9
그림 4-11. IPMSM 회전자 리브의 포화.....	7 0
그림 4-12. 리브의 포화를 고려한 시험용 전동기의 회전자 등가 모델	7 2
그림 4-13. 단일 코일 여자에 의한 공극 자계 분포 (회전자 등가 모델)	7 2
그림 4-14. 회전자 등가 모델에서 단일 코일 여자 시 자속 분포.....	7 4

그림 4-15. 세분화된 회전자 등가 모델.....	7 4
그림 4-16. 단일 코일 여자에 의한 자속 분포 (회전자 요크 등가 모델)	7 5
그림 4-17. 단일 코일 여자에 의한 공극 자계 분포 (회전자 요크 등가 모델).....	7 5
그림 4-18. 단일 코일 여자에 의한 자속 분포 (회전자 극편 등가 모델)	7 5
그림 4-19. 8P9S 시험용 전동기의 회전자 극편 및 요크에 의한 코일 인덕턴스.....	7 7
그림 4-20. 여러 조건에서의 d축 자속 경로.....	7 7
그림 4-21. 단일 코일 여자에 의한 공극 자계 분포 (회전자 극편 등가 모델).....	7 8
그림 4-22. 단일 도체를 이용한 $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 추출 모델.....	8 0
그림 4-23. 시험용 전동기의 단일 도체에 의한 자기장 함수 $f_s(\phi_m, \theta_r)$..	8 1
그림 4-24. 시험용 전동기 $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 의 2차원 푸리에 변환.....	8 2
그림 4-25. 한 턴의 단일 도체에 대한 권선 함수.....	8 2
그림 4-26. $N_s(\phi_m)$ 을 이용한 $N_c(\phi_m)$ 의 유도.....	8 3
그림 4-27. 단일 코일의 자계 분포 함수의 유도 과정.....	8 4
그림 4-28. 8P9S 시험용 전동기에서 구한 $f_c(\phi_m, \theta_r)$	8 4
그림 4-29. 식 (4.18)을 통해 구한 구한 40°M 피치 코일의 $f_c(\phi_m, \theta_r)$	8 5
그림 4-30. 8P12S 시험용 전동기에서 구한 $f_c(\phi_m, \theta_r)$	8 5
그림 4-31. 식 (4.18)을 통해 구한 구한 30°M 피치 코일의 $f_c(\phi_m, \theta_r)$	8 5
그림 4-32. 시험용 전동기의 코일 피치에 따른 $f_c(\phi_m, \theta_r)$ 의 2차원 푸리에 변환.....	8 7
그림 4-33. 40°M 코일 피치에서의 $k_{set}(m, n)$	9 0
그림 4-34. 40°M 코일 피치에서의 $k_{mut}(m, n)$	9 1
그림 4-35. 8P9S 전동기의 권선 방법.....	9 5
그림 4-36. 8P9S 전동기의 $k_{dLL}(n)$ 과 $k_{dLM}(n)$	9 8
그림 4-37. 8P9S 전동기의 권선 방법.....	1 0 0

그림 4-38. 10P9S 전동기의 권선 방법	1 0 4
그림 4-39. 10P12S 전동기의 권선 방법	1 0 7
그림 4-40. 8P12S 전동기의 $k_{dLL}(n)$ 과 $k_{dLM}(n)$	1 0 9
그림 4-41. FEA를 통한 검증에 사용될 네가지 전동기	1 1 7
그림 4-42. 8P9S 시험용 전동기의 코일 인덕턴스	1 2 0
그림 4-43. 8P12S 시험용 전동기의 코일 인덕턴스	1 2 1
그림 4-44. 10P9S 제 2 대상 전동기의 코일 인덕턴스	1 2 2
그림 4-45. 10P12S 제 2 대상 전동기의 코일 인덕턴스	1 2 3
그림 4-46. 8P9S 시험용 전동기의 상 인덕턴스	1 2 5
그림 4-47. 8P12S 시험용 전동기의 상 인덕턴스	1 2 6
그림 4-48. 10P9S 제 2 대상 전동기의 상 인덕턴스	1 2 7
그림 4-49. 10P12S 제 2 대상 전동기의 상 인덕턴스	1 2 8
그림 4-50. 8P9S 시험용 전동기의 동기 인덕턴스	1 3 0
그림 4-51. 8P12S 시험용 전동기의 동기 인덕턴스	1 3 1
그림 4-52. 10P9S 제 2 대상 전동기의 상 인덕턴스	1 3 2
그림 4-53. 10P12S 제 2 대상 전동기의 상 인덕턴스	1 3 3
그림 5-1. 셰이빙 타입 전동기.....	1 3 7
그림 5-2. 홀 타입 전동기.....	1 3 8
그림 5-3. 셰이빙 타입 전동기 코일의 자기 인덕턴스 특성.....	1 3 9
그림 5-4. 셰이빙 타입 전동기의 $L_{dqs_6p}^r$	1 4 3
그림 5-5. 셰이빙 타입 전동기의 $L_{dqs_Har}^r$	1 4 4
그림 5-6. 셰이빙 타입 전동기의 L_{dqs}^r	1 4 4
그림 5-7. 제안된 절대각 센서리스 전동기에서의 전류 맥동 프로파일	1 4 6
그림 5-8. 회전자의 초기 섹터 판별을 위한 플로 차트.....	1 4 6
그림 5-9. 역기전력 특성.....	1 4 9
그림 5-10. 토크 특성	1 5 0
그림 5-11. UMF 특성	1 5 1
그림 5-12. 셰이빙 타입 전동기의 동기 인덕턴스 특성.....	1 5 1

그림 5-13. 측정 코일형 전동기.....	1 5 4
그림 5-14. 측정 코일형 전동기 코일의 자기 인덕턴스 특성.....	1 5 5
그림 5-15. \mathbf{v}_{dqm}^s 의 궤적 및 위상.....	1 5 9
그림 5-16. 제안된 절대각 센서리스 구동 시스템의 블록도.....	1 5 9
그림 5-17. PWM 방법에 따른 신호 주입시 파형.....	1 6 1
그림 5-18. 전기각의 회전자 위치에 따른 $\angle \mathbf{v}_{dqm}^s$	1 6 2
그림 5-19. 전기각의 회전자 위치에 따른 $\Delta \angle \mathbf{v}_{dqm}^s$	1 6 2
그림 5-20. UMF 특성.....	1 6 3
그림 5-21. 역기전력 특성.....	1 6 4
그림 5-22. 토크 특성.....	1 6 5
그림 6-1. 제작된 전동기 단면.....	1 6 7
그림 6-2. 시험용 전동기의 고정자 구조.....	1 6 7
그림 6-3. 시험용 전동기에 연결되는 외부 커넥터.....	1 6 7
그림 6-4. 실험 세트 구성.....	1 6 8
그림 6-5. 8P9S 전동기의 역기전력 특성.....	1 7 0
그림 6-6. 8P12S 전동기의 역기전력 특성.....	1 7 0
그림 6-7. 8P9S 시험용 전동기의 코일 전압 및 전류 파형.....	1 7 2
그림 6-8. 8P9S 시험용 전동기의 코일 인덕턴스 측정 결과.....	1 7 2
그림 6-9. 8P12S 시험용 전동기의 코일 인덕턴스 측정 결과.....	1 7 3
그림 6-10. 8P9S 시험용 전동기의 동기 인덕턴스 측정 결과.....	1 7 5
그림 6-11. 8P12S 시험용 전동기의 동기 인덕턴스 측정 결과.....	1 7 5
그림 6-12. 전동기-발전기 세트.....	1 7 6
그림 6-13. 초기의 회전자 절대 위치 추정.....	1 7 7
그림 6-14. 회전자 초기 위치 추정 후 및 제어(홀 타입 전동기).....	1 7 8
그림 6-15. 전동기-발전기 세트.....	1 7 9
그림 6-16. 주 권선의 입력 전압과 측정 코일의 전압.....	1 7 9
그림 6-17. 실험으로 구한 \mathbf{v}_{dqm}^s 의 궤적 및 위상.....	1 8 0
그림 6-18. 전기각의 회전자 위치에 따른 $\angle \mathbf{v}_{dqm}^s$	1 8 0
그림 6-19. 전기각의 회전자 위치에 따른 $\Delta \angle \mathbf{v}_{dqm}^s$	1 8 0

그림 6-20. 회전자의 초기 절대각 추정.....	1 8 1
그림 6-21. 회전자의 절대 위치의 제어.....	1 8 2
그림 A-1. IPMSM의 각 부분별 명칭.....	1 9 2
그림 A-2. IPMSM의 치수 기호.....	1 9 3
그림 B-1. 폴 피치 집중권의 권선도 및 권선 함수.....	1 9 5
그림 B-2. 그림 B-1 권선의 권선 함수와 고조파 특성.....	1 9 6
그림 B-3. 임의의 코일 피치에 따른 권선 함수.....	1 9 6
그림 B-4. 코일 피치에 따른 권선 함수 고조파 특성 및 단절 계수.....	1 9 7
그림 B-5. 코일 피치에 따른 단절 계수.....	1 9 8
그림 B-6. 전절권의 권선도 및 권선 함수.....	1 9 8
그림 B-7. 그림 B-6 권선의 권선 함수 분포 계수.....	1 9 9
그림 B-8. 그림 B-6 권선의 권선 함수 고조파에 대한 벡터도.....	2 0 0
그림 B-9. 8P9S IPMSM의 무부하 자속 밀도 및 자속.....	2 0 1
그림 B-10. 고정자 구조에 따른 공극 자속 밀도.....	2 0 2
그림 B-11. 고정자 구조에 따른 공극 자속 밀도의 고조파 스펙트럼	2 0 3
그림 B-12. 8P9S 및 8P12S 전동기의 권선 함수와 고조파 특성.....	2 0 5
그림 B-13. 8P9S IPMSM의 역기전력 계산 결과.....	2 0 7
그림 B-14. 8P12S IPMSM의 역기전력 계산 결과.....	2 0 7

기호 및 약어(Nomenclature)

기호	뜻(한글)	뜻(영어)
P	극수	# of poles
p	극쌍수($p = P/2$)	# of pole pairs
S	슬롯의 개수	# of slots
mPnS	m극 n슬롯(e.g., 8P9S 전동기)	m-pole n-slot
N_{ph}	상 개수	# of phases
SPP	극당 상당 슬롯수	slot per pole per phase
N_{ct}	코일 당 턴수	turn of a coil
N_{wt}	상 당 턴수	total turn of a phase winding
θ_{rm}	기계적 회전자 위치	rotor position in mechanical angle
θ_r	전기적 회전자 위치($\theta_r = p \cdot \theta_{rm}$)	rotor position in electrical angle
ϕ_m	기계적 공극 위치	angular measure along the airgap in mechanical angle
ϕ_e	전기적 공극 위치($\phi_e = p \cdot \phi_m$)	angular measure along the airgap in electrical angle
$^{\circ}M$	기계각 “도”	degrees in mechanical angle
$^{\circ}E$	전기각 “도”	degrees in electrical angle
$n(\phi_m)$	턴 함수	turns function
$N(\phi_m)$	권선 함수	winding function
k_{ph}	단절 계수	pitch factor
k_{dh}	분포 계수	distribution factor
k_{wh}	권선 계수($k_{wh} = k_{ph} \cdot k_{dh}$)	winding factor

※ 전동기 형상 관련 기호는 부록 A에 따로 정리함

제 1장 서론

1.1 연구의 배경

영구자석 동기 전동기(Permanent Magnet Synchronous Motor: PMSM)는 여자 회로 대신 회전자 내부에 인입되거나 표면에 부착된 영구자석으로부터 공극(Airgap)으로 자속이 발생하는 구조로 되어 있어서 효율(Efficiency), 토크 및 출력 밀도(Torque density & Power density), 속응성(Dynamic performance)에서 여타 전동기에 비해 장점을 가진다. 또한 표면 부착형 영구자석 동기 전동기(Surface-mounted Permanent Magnet Synchronous Motor: SPMSM)와 비교하면 매입형 영구자석 동기 전동기(Interior Permanent Magnet Synchronous Motor: IPMSM)는 회전자 철심(Core)과 고정자 철심 사이가 가까워서 고정자 권선의 인덕턴스가 상대적으로 크며, 이에 따라서 더 넓은 약자속 운전(Flux-weakening operation) 영역을 가지게 된다. 또한 일반적으로 d축과 q축의 자기 저항이 같은 SPMSM과 달리, IPMSM은 d축과 q축의 자기 저항이 서로 다른 돌극성(Saliency)이 존재하므로 영속 및 저속에서 신호 주입 센서리스 제어(Signal injection sensorless control)가 가능하다는 장점이 있다. 오늘날 PMSM은 이러한 특성을 요구하는 수 많은 산업 분야에서 사용되고 있다.

PMSM의 권선 방법은 크게 중첩권(Overlapping winding)과 비중첩권(Nonoverlapping winding)으로 나눌 수 있다[1]. 중첩권은 코일(Coil)이 중첩된 권선을 의미하며, 극당 상당 슬롯수(Slot per Pole per Phase: SPP)를 의미하는 SPP가 1인 집중권(Concentrated winding)과 SPP가 2 이상인 분포권(Distributed winding) 또한 중첩권에 포함된다. 비중첩권은 코일이 중첩되지 않은 권선을 의미하며, 이러한 권선은 SPP가 분수로 표현되는 집중권으로밖에 구성할 수 없으므로 분수 슬롯 집중권 (Fractional-Slot Concentrated Winding: FSCW)으로 주로 불리운다.

일반적으로 분포권은 공극 기자력(MagnetoMotive Force: MMF)의 분포를 정현적(Sinusoidal)으로 할 수 있다는 장점이 있어서 PMSM에 주로

적용되어 왔지만, 최근 10년간 FSCW를 가지는 PMSM에 대한 관심이 크게 증가하여 적용 분야가 넓어지는 추세이다. FSCW는 SPP=0.5의 경우를 제외하면 일반적으로 권선 계수(Winding factor)[2]의 기본파가 크고 고조파가 작은 특성이 있어서 높은 토크 및 출력 밀도와 낮은 코깅 토크(Cogging torque)를 가지게 된다. 또한 FSCW는 코일이 중첩되지 않은 구조이므로 권선의 엔드 턴(End turn) 길이가 짧아지며, 분할 코어의 고정자(Segmented stator) 구조를 사용하여 하나의 치(Tooth)에 감긴 코일을 모듈(Module)로 만들 경우 제작성이 좋아지고 점적률(Fill factor)[3]-[4]을 높일 수 있다는 장점이 있다. FSCW는 약자속 운전[5]-[6]과 내고장성(Fault tolerance)[7]-[8] 측면에서도 좋은 특성을 가지고 있는 것으로 보고되었다. 이러한 장점 덕분에 FSCW PMSM은 전기 자동차(Electric Vehicle: EV), 세탁기, 압축기(Compressor), 전기 추진(Electric propulsion), 풍력 발전(Wind power generation) 등의 많은 분야에서 적용되고 있거나 적용이 고려되고 있다[1].

PMSM의 제어는 모델에 기반한다. 참고 문헌 [9]-[10]등의 교재에서 다른 모델에서 PMSM의 전압 방정식은 동기 좌표계 상에서 저항(R_s), 동기 인덕턴스(L_{ds} , L_{qs}), 영구자석 쇄교 자속(λ_{PM})의 제정수(Parameter)를 통해 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} v_{ds}^r \\ v_{qs}^r \end{bmatrix} = R_s \cdot \begin{bmatrix} i_{ds}^r \\ i_{qs}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{ds} & 0 \\ 0 & L_{qs} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{ds}^r \\ i_{qs}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_r L_{qs} \\ \omega_r L_{ds} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ds}^r \\ i_{qs}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_r \lambda_{PM} \end{bmatrix}. \quad (1.1)$$

IPMSM의 경우 L_{ds} 와 L_{qs} 가 서로 다르며 SPMSM의 경우 서로 같다. PMSM에 가장 일반적으로 사용되는 벡터 제어(Vector control)는 식 (1.1)을 바탕으로 이루어지며 제어기의 이득(Gain)은 식 (1.1)의 제정수를 바탕으로 결정된다. 예를 들어 비례 적분(Proportional Integral: PI) 전류 제어기에서 비례 이득에는 동기 인덕턴스가 사용되고 적분 이득에는 저항이 사용된다[10]. 단위 전류당 최대 토크(Maximum Torque Per Ampere: MTPA) 및 약자속(Flux weakening) 제어[11]에서 최적 운전점은 식 (1.1)의 모델을 바탕으로 정해지게 된다. 또한 모델 기반(Fundamental model-based) 및 돌극성 기반(Saliency tracking-based) 센서리스 제어(Sensorless control)

[12]에서 사용되는 각종 관측기(Observer)와 신호 처리(Signal processing)에서도 식 (1.1)의 제정수를 사용하게 된다. 이렇듯 PMSM의 제어와 모델링은 밀접한 관계가 있기 때문에 우수한 제어 성능을 얻기 위해서는 PMSM의 모델을 정확히 아는 것이 중요하다.

하지만 기존의 IPMSM의 모델은 FSCW IPMSM에 곧바로 적용하기 어렵다[1]. 기존의 모델에서는 권선 함수 이론(Winding Function Theory: WFT)[13]-[14]에 기반하여 대칭 전동기(Symmetric motor)와 정현적으로 감긴 상 권선을 가정하여 전동기의 하나의 극쌍(Pole pair)에 대하여 전기각의 한 주기의 공극 자계 분포를 구하고 이를 동기 좌표계 모델까지 변환하였다. 기존의 모델의 기본 가정은 일반적으로 상 권선이 회전자의 자극(Pole)별로 나뉘지고 권선이 정현파에 가까운 분포권의 경우에 대해 성립한다고 할 수 있다. 하지만 FSCW IPMSM은 $SPP=0.5$ 인 경우를 제외하면 비대칭 전동기(Asymmetric motor)이기 때문에 상 권선을 회전자의 자극 별로 나눌 수 없으며 권선 함수 또한 펄스 형태로 정현파와는 거리가 멀다. 권선 함수를 여러 주파수 성분의 합으로 표현하는 푸리에 급수(Fourier series)로 본다면, 역기전력 및 토크는 코일의 턴수에 비례하므로 권선 함수에서 회전자 극쌍수의 배수에 해당하는 성분을 추출하면 기존의 방식대로 전기각 기준으로 설명이 가능하다. 하지만 인덕턴스는 턴수의 제곱에 비례하는 특성이 있어서 권선 함수의 모든 고조파 성분이 인덕턴스 형성에 영향을 미치기 때문에 권선 함수의 특정 고조파를 추출하여 기존의 방법을 적용하는 것은 불가능하다.

이 뿐만 아니라 본 논문에서는 기존의 연구에서 모델링한 IPMSM의 회전자에 의한 공극 자계 분포가 실제 분포와 잘 맞지 않는다는 것을 발견하였다. WFT에서는 IPMSM의 회전자에 의한 공극 자계 분포 특성을 나타내기 위해 퍼미언스(Permeance) 함수를 사용한다. 기존의 연구에서는 퍼미언스 함수를 간단한 일변수 함수(Univariate function)로 두고 공극에서의 퍼미언스 함수의 분포가 회전자 위치에 동기된 것으로 모델링하였다. 하지만 실제 IPMSM의 퍼미언스 함수는 회전자 위치에

동기된 분포를 가지지 않으며 복잡한 다변수 함수(Multivariate function)의 형태인 것을 발견하였다. 즉 대부분의 기존의 연구에서는 IPMSM의 퍼미언스 함수의 기본형 자체가 잘못 설정되어 있기 때문에 권선법과 관계 없이 실제 IPMSM의 공극 자계 분포를 정확하게 나타내는 데 한계가 있다.

한편 참고 문헌 [15]-[16]에서는 공극 자계 분포의 분석을 위해 전류도체법(One-ampere conductor method)을 제안하였다. 전류도체법은 단일 도체(Conductor element)에 의한 공극 자계 분포를 얻은 후, 이를 기반으로 단일 도체들의 합인 전체 권선에 의한 공극 자계 분포를 얻는 방법이다. 참고 문헌 [15]-[16]에서는 튜브형 직선형 유도기(Tubular Linear Induction Motor: TLIM)에 대해 전류도체법을 적용하였다. 일반적으로 유도기는 공극 길이가 공간에 대하여 변하지 않는 상수로 표현된다고 가정할 수 있기 때문에 단일 도체에 의한 공극 자계 분포를 수식으로 간단하게 표현할 수 있으며, 이를 통하여 전체 권선에 의한 공극 자계 분포에 대한 해석적(Analytic)인 표현을 얻을 수 있다. 참고 문헌 [15]-[16]에서는 이렇게 얻은 공극 자계 분포를 기반으로 추력(Force)을 계산하고 권선 방법을 개선하였다. 하지만 이 방법이 복잡한 IPMSM의 공극 자계 분포와 인덕턴스의 분석에 까지 적용되지는 않은 상황이다.

1.2 연구의 목적

본 연구의 목적은 다음과 같다.

- IPMSM의 자기적인 특성을 분석하여서 기존의 연구에서 IPMSM의 공극 자계 분포를 잘 설명하지 못하는 원인을 밝히고 실제 IPMSM의 공극 자계 분포를 설명할 수 있는 방법을 제안한다. 공극 자계 분포는 인덕턴스를 결정하는 중요한 요소이기 때문에 후에 인덕턴스를 분석하기 위해서는 이 과정이 꼭 필요하다.
- FSCW IPMSM의 인덕턴스를 일반적인 형태로 수식화(Formulation)한다. 앞서 분석한 IPMSM의 자기적인 특성을 바탕으로 실제 IPMSM의 공극 자계 분포의 특성을 설명할 수 있는 함수의 형태를 제안하여 기본 코일의 인덕턴스의 유도에 사용된다. 이 함수는 비대칭 전동기인 FSCW IPMSM의 인덕턴스를 표현하기 위하여 공극 내의 기계각 한 주기에 대하여 정의되어야 한다. 유도된 코일 인덕턴스를 바탕으로 FSCW의 여러 극/슬롯 조합에 따른 권선법을 고려하여서 상 인덕턴스와 동기 인덕턴스에 대한 수식을 유도한다. 유도된 수식에는 전동기의 권선법이 고려되어 있기 때문에 전동기의 극/슬롯 조합에 따른 일반적인 인덕턴스의 경향을 쉽게 알 수 있을 것이다.
- 제안된 방법을 확장하여서 절대각 센서리스 구동(Absolute position sensorless drive)을 위한 전동기의 설계 및 모델링에 활용한다. 종래의 센서리스 구동에서는 전기각 회전자 위치를 추정하여 제어에 사용하는 것이라면, 절대각 센서리스 제어는 기계각 회전자 위치를 추정하여 제어에 사용하는 것을 의미한다. 이를 위해서는 비대칭의 회전자와 고정자를 가지는 특수한 형태의 전동기가 사용되어야 한다. 이러한 전동기의 인덕턴스를 수식화하여서 전동기의 각 비대칭 특성이 인덕턴스에 어떻게 나타나는지 분석하고 이를 바탕으로 전동기의 설계를 최적화한다.

1.3 논문의 구성

본 논문은 다음과 같이 구성된다.

제 1장에서는 본 논문의 연구 배경과 목적에 대하여 논의한다.

제 2장에서는 본 논문에서 유한 요소 해석(Finite Element Analysis: FEA) 및 실험 대상이 되는 시험용 전동기의 설계와 기본 특성을 다룬다.

제 3장에서는 권선 함수 이론을 이용한 기존 연구들을 소개하고 기존 연구의 한계에 대하여 논의한다.

제 4장에서는 IPMSM의 자기적인 특성을 분석한 후 이를 바탕으로 IPMSM의 인덕턴스를 정확하게 계산 및 분석할 수 있는 방법을 제안한다.

제 5장에서는 제 4장 에서 다룬 일반적인 전동기의 모델링을 좀 더 확장하여서 비대칭 회전자와 비대칭 권선을 가지는 전동기를 모델링 한다. 이를 바탕으로 절대각 센서리스를 위한 전동기의 설계를 제안한다.

제 6장에서는 제안된 방법을 실험적으로 검증한다.

제 7장에서는 본 논문의 연구 내용을 정리하고 향후 연구에 대하여 언급하며 본 논문을 마무리한다.

제 2장 시험용 전동기 설계 및 기본 특성

이 장에서는 본 논문에서 여러 FEA의 대상이 되며 실제로 제조되어 실험용으로도 사용되는 대상 전동기의 설계와 기본 특성을 다룬다.

2.1 시험용 전동기의 기본 사양

그림 2-1은 시험용 전동기들의 단면도를 나타낸다. 시험용 전동기는 8극 9슬롯(8P9S) 및 8극 12슬롯(8P12S)의 두 종류의 IPMSM이다. 표 2-1은 시험용 전동기의 설계 세부사항을 나타낸다.

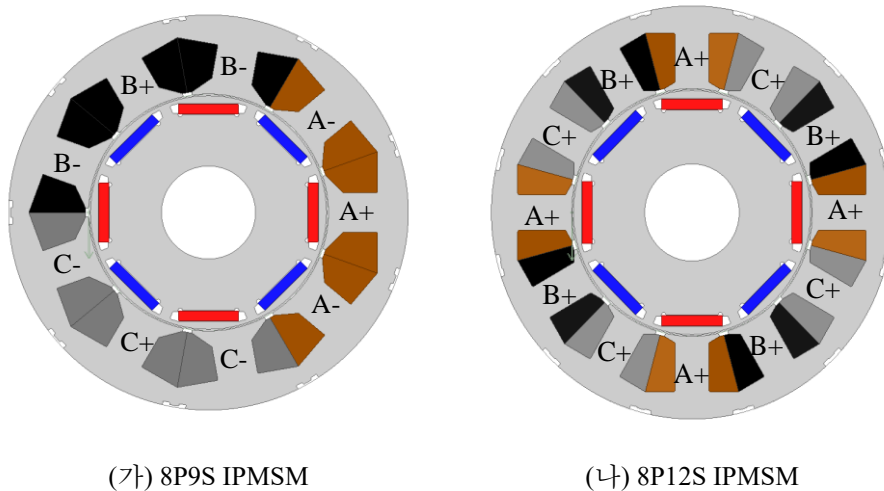


그림 2-1. 시험용 전동기의 단면도

표 2-1. 시험용 전동기의 설계 세부 사항

전동기	8P9S	8P12S
회전자 외경 / 내경	50.2 mm / 20 mm	
고정자 외경 / 내경	85 mm / 51 mm	
축 방향 길이	80 mm	
고정자/회전자 철심 물질	RM09 (0.35t)	
영구자석 물질	SUMITOMO_NEOMAX-39SH	
축 물질	S45c (-1t)	
도선 직경	0.9 mm	
권선 방법	모든 코일 직렬 연결, 상 권선은 Y 결선	
상당 직렬 턴수	120	
상 저항	0.762 Ω	0.688 Ω
정격 전류($I_{s,rated}$)	5.2 Arms	

2.2 시험용 전동기의 정격 설계

시험용 전동기는 원래 8000 r/min, 5.5 kW의 정격의 팬/펌프 구동용으로 생산되어 실제로 사용되고 있는 기존 전동기로서 이를 기본으로 하여, 본 연구를 위해 실험 환경에 맞추어 설계를 일부 수정하였다. 2.2절에서는 이러한 전동기의 설계 과정을 다룬다.

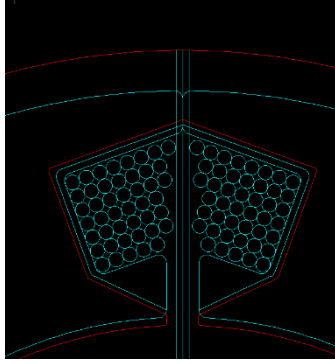
우선 실험 환경에서 기존 전동기의 설계 조건인 유냉(Oil cooling)을 사용하지 못하므로 코일의 전류 밀도 절반으로 감소시키기 위해 정격 전류를 줄였다. 하지만 사용하는 인버터의 전류 정격 대비 전동기의 정격 전류가 너무 작아지면 사용하는 전류 센서의 입력 범위를 모두 활용하지 못하므로 전류 측정의 정확도가 떨어질 수 있다. 또한 전동기의 정격 전류가 너무 작아지면 인버터 IGBT의 collector와 emitter 사이의 기생 캐패시터에 의해 결정되는 임계 전류(Critical current)인 i_c 가 전동기의 정격 전류 대비 너무 커지므로 인버터 비선형성(Inverter nonlinearity) 측면에서 좋지 않다[17]-[20]. 실험 환경의 인버터는 Mitsubishi사의 IGBT인 PS21A79이며 10 kHz 스위칭 조건에 약 25 A 이하의 전류를 사용하는 것이 적당하다. 3배의 순간 정격 전류를 고려하여서 전동기의 정격 전류는 5 Arms 내외로 결정하였다.

또한 실험 환경에서 사용하는 엔코더(Encoder), 토크 센서(Torque sensor), 베어링(Bearing), 커플링(Coupling)의 속도 정격 등을 고려하여서 정격 속도를 낮출 필요가 있었다. 실험 환경에 맞추어서 정격 속도를 4000 r/min으로 하고 약자속 영역에서 약 8000 r/min 까지 운전하는 것을 운전 속도 범위로 하였다.

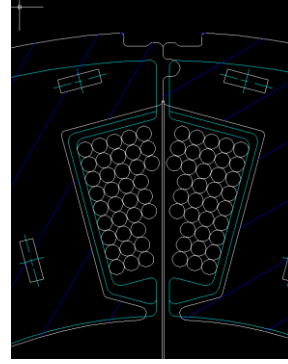
회전자, 고정자, 영구자석의 단면의 형태가 결정되어 있는 상태에서 바꿀 수 있는 설계치는 코일의 턴(N_{ct})과 축 방향 길이(L_{axis})다. IPMSM의 MTPA 운전 및 약자속 운전에서 기저 속도는 다음이 표현된다.

$$\omega_b = \frac{V_{s,max}}{\sqrt{(L_{qs}i_{qs,rated}^r)^2 + (L_{ds}i_{ds,rated}^r + \lambda_{PM})^2}}. \quad (2.1)$$

식 (2.1)에서 기저 속도를 낮추기 위해서는 인덕턴스(L_{ds}, L_{qs}), 정격 전류



(가) 8P9S 전동기 45턴



(나) 8P12S 전동기 36턴

그림 2-2. 시험용 전동기의 슬롯 코일 배치도

(I_{s_rated}), 영구자석에 의한 쇄교 자속(λ_{PM})을 키워야 하는 것을 알 수 있다. 따라서 N_{ct} 와 L_{axis} 에 따른 L_{ds} , L_{qs} , I_{s_rated} , λ_{PM} 의 변화를 정량적으로 파악할 필요가 있다. 슬롯(Slot)에 최대한로 넣을 수 있는 코일의 턴은 점적률에 의해 제한이 된다. 그림 2-2는 시험용 전동기 슬롯 내부의 코일 배치를 나타낸 그림이다. 슬롯 내부가 이미 코일로 가득 차 있기 때문에 턴을 늘리려면 도선의 지름을 줄여야 한다. D_w 를 도선의 지름이라고 하면, 다음과 같은 식이 성립한다.

$$N_{ct} \propto \frac{1}{D_w^2}. \quad (2.2)$$

또한 슬롯에서 허용 가능한 전류 밀도는 정해져있으므로 아래의 식이 성립한다.

$$I_{s_rated} \propto D_w^2. \quad (2.3)$$

식 (2.2)-(2.3)에 따라 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

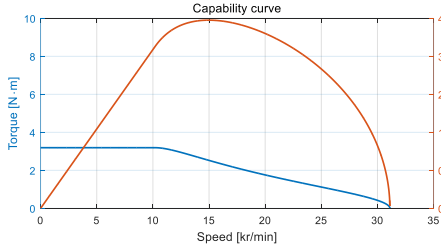
$$I_{s_rated} \propto \frac{1}{N_{ct}}. \quad (2.4)$$

영구자석의 쇄교 자속은 N_{ct} 및 L_{axis} 와 다음의 관계를 가진다.

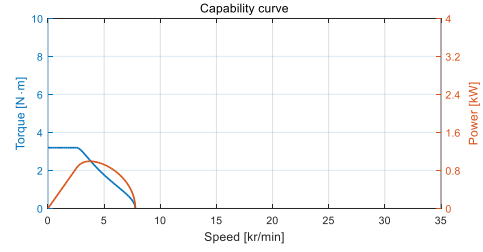
$$\lambda_{PM} \propto N_{ct} \cdot L_{axis}. \quad (2.5)$$

동기 인덕턴스는 N_{ct} 및 L_{axis} 와 다음의 관계를 가진다.

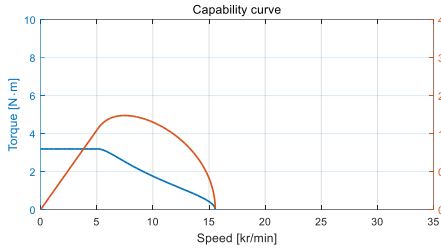
$$\begin{aligned} L_{ds} &\propto N_{ct}^2 \cdot L_{axis} \\ L_{qs} &\propto N_{ct}^2 \cdot L_{axis} \end{aligned} \quad (2.6)$$



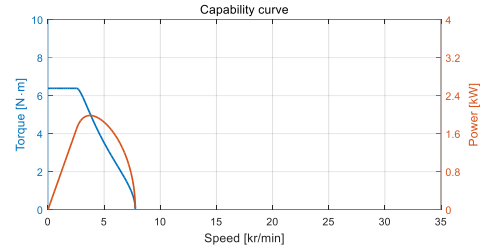
(가) $L_{axis} = 60 \text{ mm}, N_{ct} = 20$



(나) $L_{axis} = 60 \text{ mm}, N_{ct} = 80$



(다) $L_{axis} = 60 \text{ mm}, N_{ct} = 40$



(라) $L_{axis} = 120 \text{ mm}, N_{ct} = 80$

그림 2-3. 8P9S 전동기의 L_{axis} 와 N_{ct} 에 따른 능력 곡선의 변화

식 (2.1)에서 인덕턴스와 전류는 곱해지게 되므로, 식 (2.4)-(2.6)를 통해 기저속도가 다음과 같은 관계를 가진다고 근사할 수 있다.

$$\omega_b \propto \frac{1}{N_{ct} \cdot L_{axis}}. \quad (2.7)$$

식 (2.4)를 통해 정격 전류가 코일의 턴수에 반비례하며, 식 (2.7)을 통해 기저 속도는 코일의 턴수와 축 방향 길이에 반비례하는 것을 알 수 있다. 한편 릴럭턴스 토크의 비율이 크지 않은 경우 전동기의 토크는 λ_{PM} 과 전류의 곱에 의해 결정된다. 이 경우에는 식 (2.4)-(2.5)에 따라서 정격 토크가 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$T_{e,rated} \propto L_{axis}. \quad (2.8)$$

속도와 토크의 곱인 정격 출력(Rated power)은 다음과 같이 표현된다.

$$P_{rated} \propto \frac{1}{N_{ct}}. \quad (2.9)$$

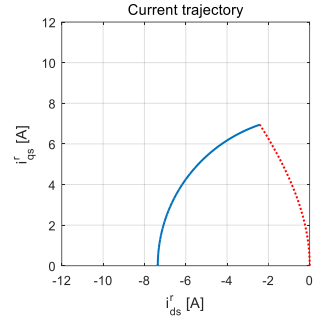
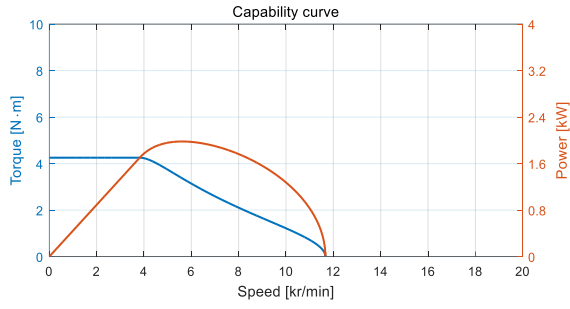
그림 2-3은 8P9S 전동기의 L_{axis} 와 N_{ct} 에 따른 능력 곡선의 변화를 나타낸다. 직류단 전압(dc-link voltage)인 V_{dc} 는 311 V로 설정하였다. 그림 2-3(가)와 그림 2-3(나)를 비교하면 N_{ct} 에 따른 기저 속도와 정격 출력의 변화를 알 수 있다. 그림 2-3(다)와 그림 2-3(라)를 비교하면 L_{axis} 에 따른

기저 속도와 정격 토크의 변화를 알 수 있다.

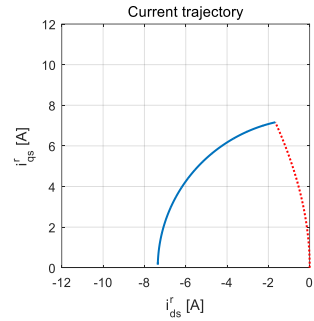
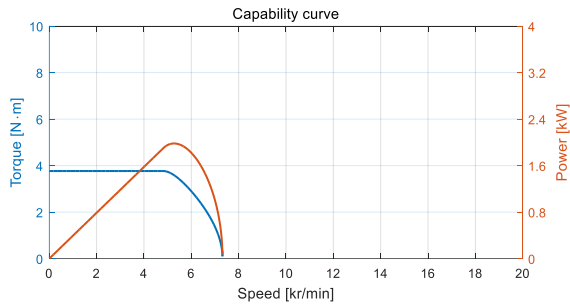
표 2-2는 표 2-1에 표시된 시험용 전동기의 최종 설계치에 따른 제정수의 대표값(Nominal parameters)을 나타낸다. 그림 2-4는 표 2-2의 제정수를 사용하여 구한 시험용 전동기의 능력 곡선(Capability curve)과 이에 대응되는 전류의 최대 출력 운전점의 궤적을 나타낸다. 직류단 전원은 311 V 이다. 8P12 전동기는 인덕턴스의 크기가 작은 이유로 정출력 운전 속도비(Constant Power Speed Range: CPSR)가 8P9S 전동기에 비하여 작다. CPSR은 λ_{PM}/L_{ds} 와 $I_{s,rated}$ 의 상대적인 비율에 따라서 결정된다. 하지만 식 (2.4)-(2.6)에 따라 λ_{PM}/L_{ds} 와 $I_{s,rated}$ 가 모두 N_{ct} 에 반비례하기 때문에 둘 사이의 상대적인 비율이 바뀌지 않으므로 CPSR은 N_{ct} 와 L_{axis} 의 조절만으로는 바꿀 수 없는 것을 알 수 있다. 다만 순간 정격의 개념으로 전류를 더 많이 허용한다면 CPSR은 늘어날 수 있다. 그림 2-5는 순간적으로 전류 정격을 약 1.5배까지 사용할 경우 전동기의 능력 곡선을 나타낸다.

표 2-2. 시험용 전동기의 제정수

전동기 제정수	8P9S	8P12S
λ_{PM}	89.77 mV·s	82.91 mV·s
R_s	762 mΩ	686 mΩ
L_{ds}	7.21 mH	3.31 mH
L_{qs}	12.31 mH	6.15 mH

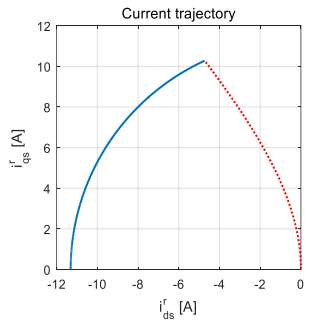
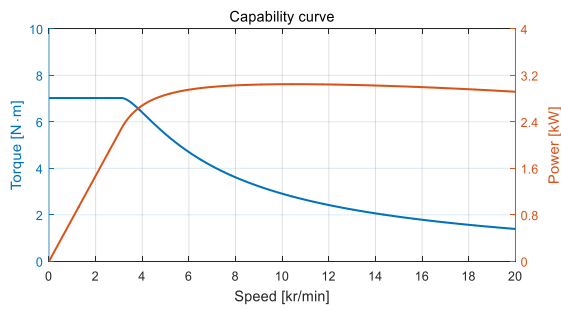


(가) 8P9S IPMSM

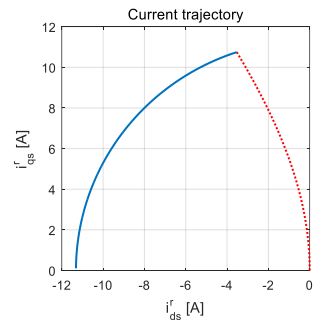
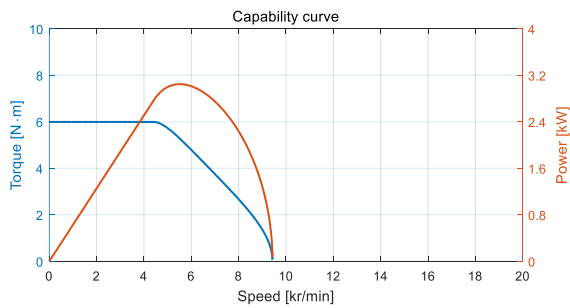


(나) 8P9S IPMSM

그림 2-4. 시험용 전동기의 연속 정격($I_{rated} = 5.2 \text{ Arms}$)에 따른 능력 곡선



(가) 8P9S IPMSM



(나) 8P9S IPMSM

그림 2-5. 시험용 전동기의 순간 정격($I_{rated} = 8 \text{ Arms}$)에 따른 능력 곡선

2.3 시험용 전동기에 사용되는 물질 특성

시험용 전동기에서 사용된 영구자석은 NdFeB를 사용한 NEOMAX-39SH이다. 그림 2-6는 NEOMAX-39SH의 감자 곡선(Demagnetization curve)을 나타낸다. 잔류 자속 밀도(Residual flux density)는 1.26 T이고 보자력(Coercivity)은 -954.7 kA/m이다. 영구자석의 비투자율(Relative permeability: μ_r)은 약 1.05이므로 영구자석의 릴럭턴스(Reluctance) 계산 시 영구자석을 공기로 가정할 수 있다.

회전자 및 고정자의 철심으로 사용하는 물질은 RM09이다. 그림 2-7은 RM09의 특성 곡선을 나타낸다. 그림 2-7(가)는 흔히 사용하는 B-H 곡선(B-H curve)과 함께 비투자율을 자기장(Magnetic field: H)에 따라 나타낸 것이다. 일반적으로 비투자율은 다음과 같이 정의되어 사용된다.

$$\mu_r \triangleq \frac{B}{H} . \quad (2.10)$$

B 는 자속 밀도(Magnetic flux)를 의미한다. 식 (2.10)에서 비투자율은 그림 2-7(가)에서 원점에서부터 B-H 곡선상의 운전점을 연결한 직선의 기울기를 의미한다. 한편, 비투자율을 다음과 같이 정의할 수도 있다.

$$\mu_r \triangleq \frac{dB}{dH} . \quad (2.11)$$

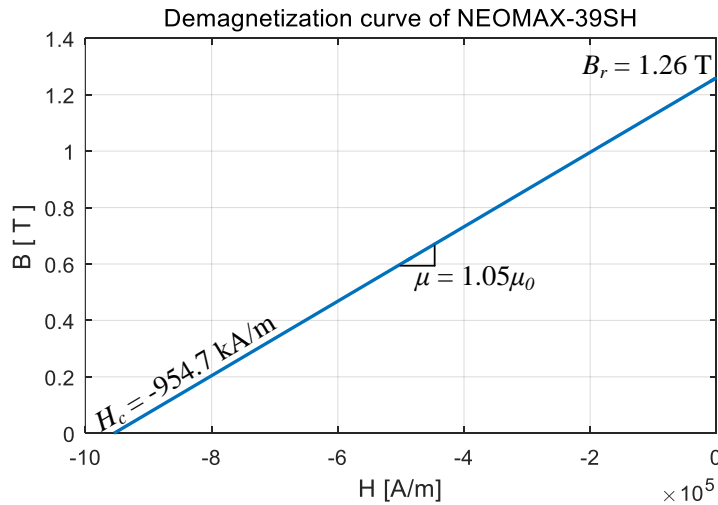
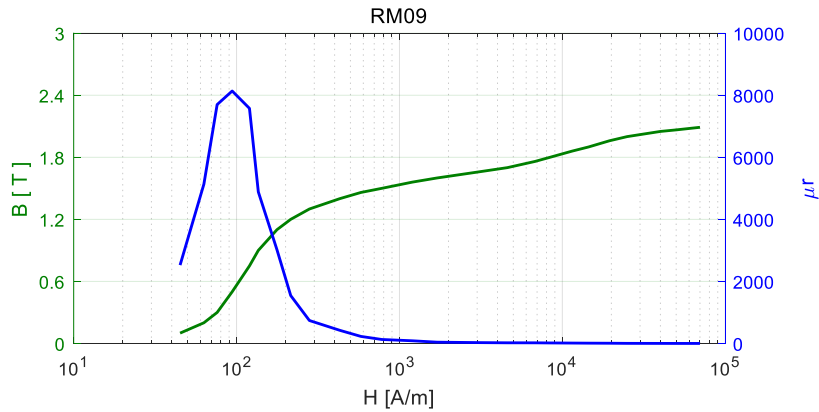
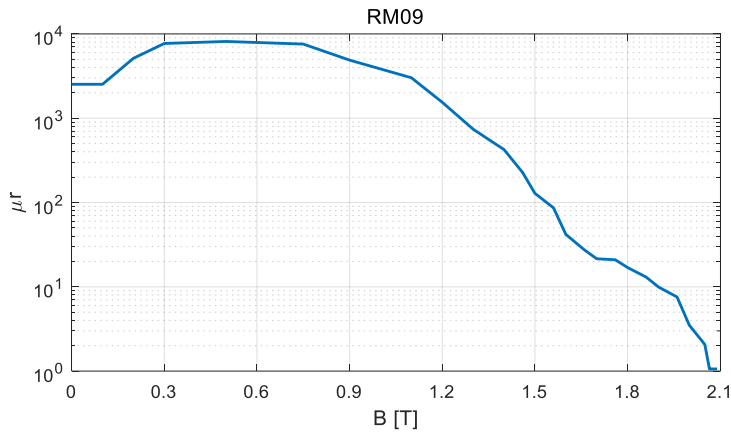


그림 2-6. NEOMAX-39SH의 감자 곡선



(가) B-H 곡선과 μ_r -H 곡선



(나) μ_r -B 곡선

그림 2-7. RM09의 물질 특성

식 (2.11)은 그림 2-7(가)의 B-H 곡선상의 운전점에서 기울기를 의미한다. 식 (2.10)의 μ_r 은 H에 따른 B의 값을 계산할 때 유용하며, 식 (2.11)의 μ_r 은 특정 운전점에서 H의 변화에 따른 B의 변화를 따질 때 유용하다. 식 (2.10)과 같은 경우의 비투자율은 apparent, static, fundamental permeability 등의 단어로 설명되고, 식 (2.11)과 같은 방식은 incremental, differential, dynamic, High Frequency (HF) permeability 등의 단어로 설명된다. 본 논문에서는 식 (2.10)에 해당하는 값을 정적 비투자율로 부르고 식 (2.11)에 해당하는 값을 동적 비투자율이라고 부른다. 본 연구에서 주목하는 부분은 철심의 각 부분의 B 값이 아니라 권선에 인가하는 전류에 따른 B의 변화이기 때문에, 그림 2-7을 포함하여 본 논문의

인덕턴스 분석에서 사용하는 투자율 개념은 식 (2.11)의 정의에 의한 동적 비투자율을 사용하기로 한다. 그림 2-7(가)에서 비투자율은 작은 자기장에서 8000 이상까지 올라갔다가 자기장의 증가에 따라 거의 공기와 가까운 1로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 그림 2-7(나)는 동적 비투자율을 B 에 따라서 다시 그린 것이다. 전동기 내부의 포화도를 분석할 때 주로 B 의 분포를 보기 때문에 그림 2-7(나)와 같이 B 에 따라 μ_r 을 도시한 그림이 유용하다.

2.4 시험용 전동기의 무부하(No load) 특성

그림 2-8은 FEA를 통해 얻은 시험용 전동기의 무부하 상태에서 자속 밀도 분포를 나타낸다. 무부하 자속 밀도 분포는 영구자석의 잔류 자속 밀도(Residual flux), 회전자 철심의 B-H 곡선, 회전자 및 영구자석의 형상, 공극 길이 등에 따른 등가의 자기 회로(Magnetic circuit)에 의해서 결정된다[21]-[23]. 본 논문의 중간 부분에 다룬 그림 4-10에서는 이러한 자기 회로의 간단한 모델링을 제공하였다. 고정자 내부의 각 부분의 포화도를 알아보기 위하여 치, 치단(Tooth tip), 고정자 요크(Stator yoke)의 최대 자속 밀도와 그에 대응되는 비투자율을 표 2-3에 정리하였다. 최대 자속 밀도는 그림 2-8에서 등고선(Contour)에 의해 구분된 각 구역의 색을 통하여 알 수 있고, 그에 대응되는 비투자율은 그림 2-7(나)를 통하여 알 수 있다. 8P12S 전동기는 치단에서 비투자율이 424까지 떨어지지만 8P9S 전동기의 고정자의 대부분 영역에서는 비투자율이 2000을 넘으므로 이상적인 철심으로 가정할 수 있다.

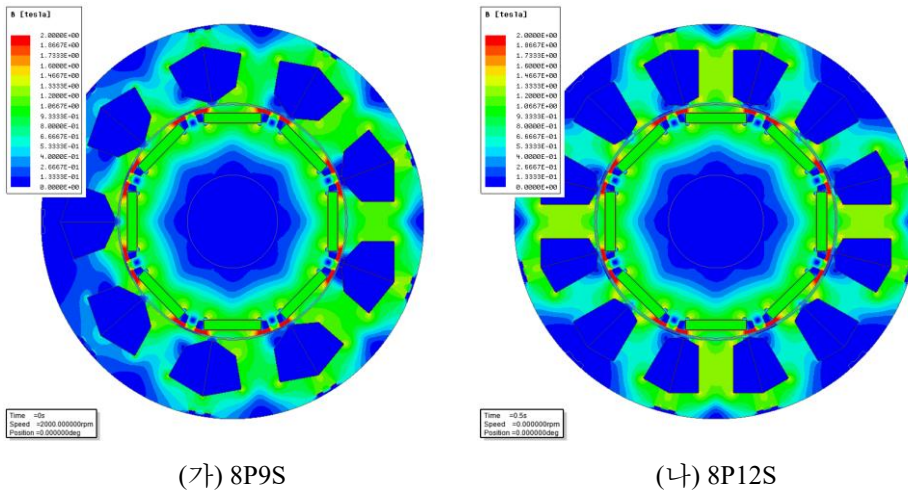
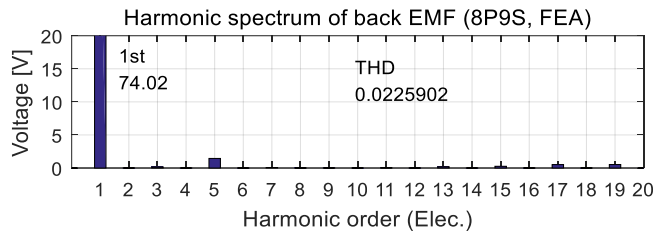
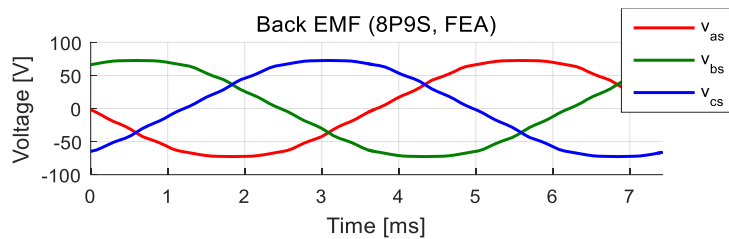


그림 2-8. 시험용 전동기의 무부하 자속 밀도 분포

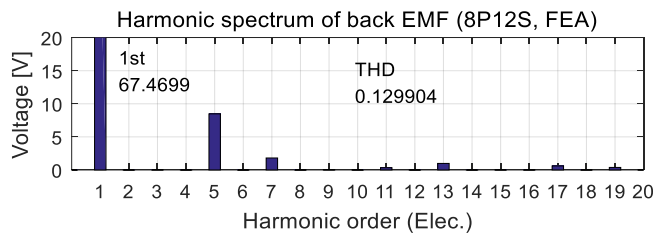
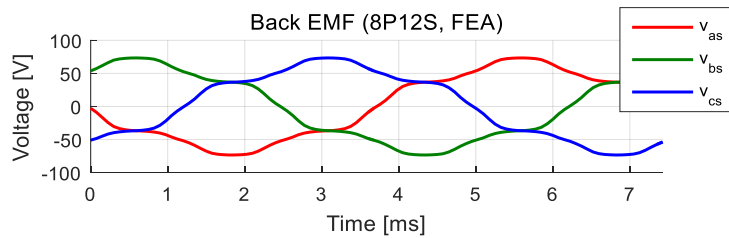
표 2-3. 그림 2-8에서 고정자 부위 별 최대 자속 밀도 및 비투자율

전동기 부위 항목	8P9S			8P12S		
	요크	치	치단	요크	치	치단
B	1.26	1.13	1.13	1.26	1.26	1.4
μ_r	2028	2578	2578	2028	2028	424

그림 2-9는 시험용 전동기의 역기전력(Back EMF) 파형 및 역기전력의 고속 푸리에 변환(Fast Fourier Transform: FFT)을 통해 얻은 고조파 스펙트럼 (Harmonic spectrum)을 나타낸다. 8P12S 전동기와 비교해서 8P9S 전동기의 역기전력은 기본파가 더 크고 고조파 성분이 더 작으므로 특성이 더 좋다고 할 수 있다. 이러한 차이는 각 전동기의 권선 방법에 의한 특성 차이에 기인한다. 부록 B.2을 참고하면 역기전력 발생의 기본 원리와 해석 방법에 대하여 알 수 있다.



(가) 8P9S



(나) 8P12S

그림 2-9. 시험용 전동기의 역기전력

2.5 시험용 전동기의 전부하(Full load) 특성

그림 2-10은 FEA를 통해 얻은 시험용 전동기의 전부하 상태에서 자속 밀도 분포를 나타낸다. 전부하 조건은 회전자와 동기된 q축에 정격 전류를 인가하여 구현하였다. 치, 치단, 고정자 요크의 최대 자속 밀도와 대응되는 비투자율을 표 2-4에 정리하였다. 무부하 조건에서와는 달리 8P12S 전동기보다 8P9S 전동기에서 포화가 더 심하게 일어나는 것을 확인할 수 있다. 특히 치단에서는 부분적으로 자속 밀도가 2T가 넘어가는 부분이 있는데, 이 부분에서는 비투자율이 1에 가까워지므로 마치 공극과 같이 큰 릴럭턴스를 가진 것과 같은 효과가 생긴다.

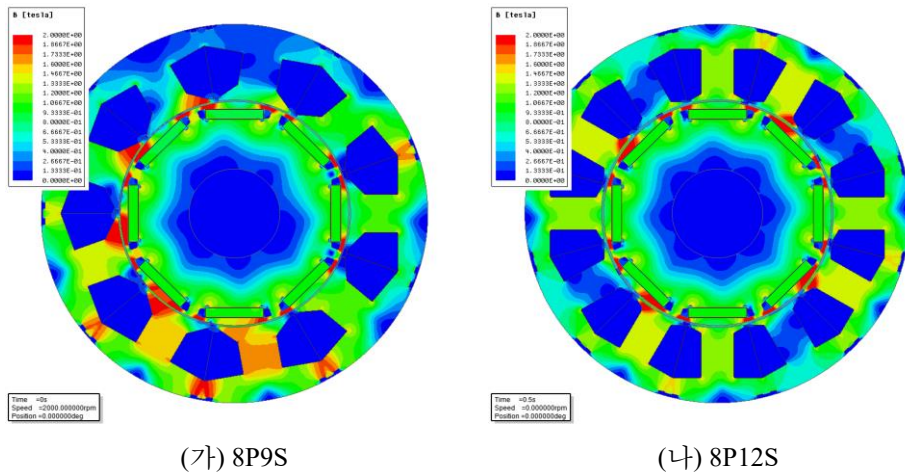
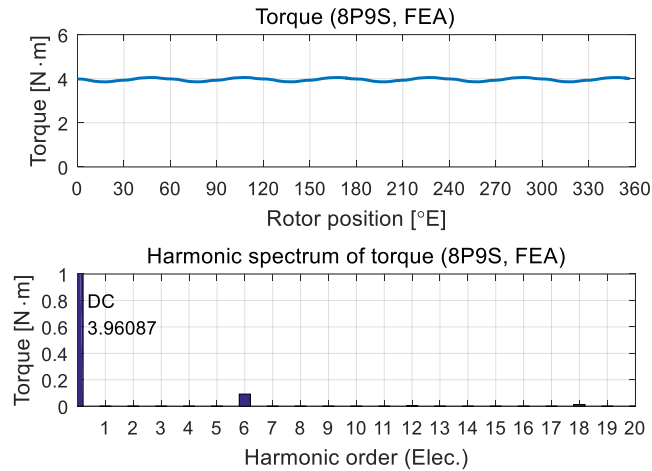


그림 2-10. 시험용 전동기의 전부하 자속 밀도 분포

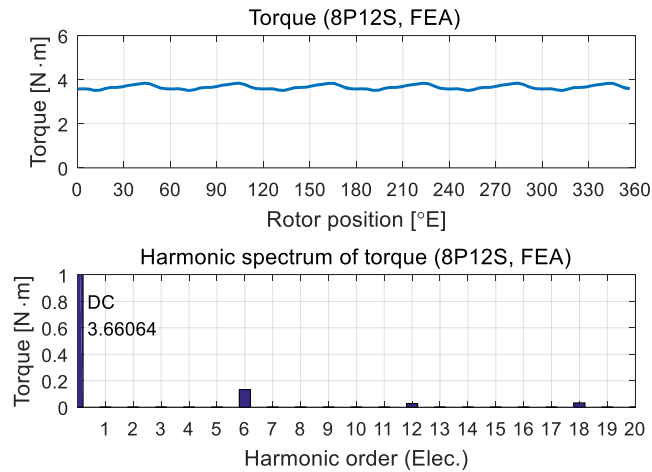
표 2-4. 그림 2-10에서 고정자 부위 별 최대 자속 밀도 및 비투자율

전동기 부위 항목	8P9S			8P12S		
	요크	치	치단	요크	치	치단
B	2	1.8	2 >	1.53	1.4	2 >
μ_r	3.493	11.87	1	107	424	1

그림 2-11는 시험용 전동기의 토크 파형 및 고조파 스펙트럼 을 나타낸다. 8P12S 전동기와 비교해서 8P9S 전동기의 토크는 평균값이 더 크고 고조파 성분이 더 작으므로 특성이 더 좋다고 할 수 있다.



(가) 8P9S



(나) 8P12S

그림 2-11. 시험용 전동기의 토크

제 3장 기존의 연구

이 장에서는 권선 함수 이론을 이용한 기존 연구들을 소개한다. 우선 권선 함수의 정의와 권선 함수를 이용한 인덕턴스 계산을 다루고, 사례 연구(Case study)로서 여러 전동기 형태에 대하여 권선 함수 이론을 적용한 예를 소개한다. 마지막으로 기존 연구의 한계에 대하여 논의한다.

3.1 권선 함수 이론

이 장에서는 많은 참고 문헌[13]-[14], [27]-[48] 에서 인덕턴스 분석을 위한 기본 이론으로 사용하고 있는 권선 함수 이론을 알아본다.

3.1.1 회전자 위치, 공극 위치

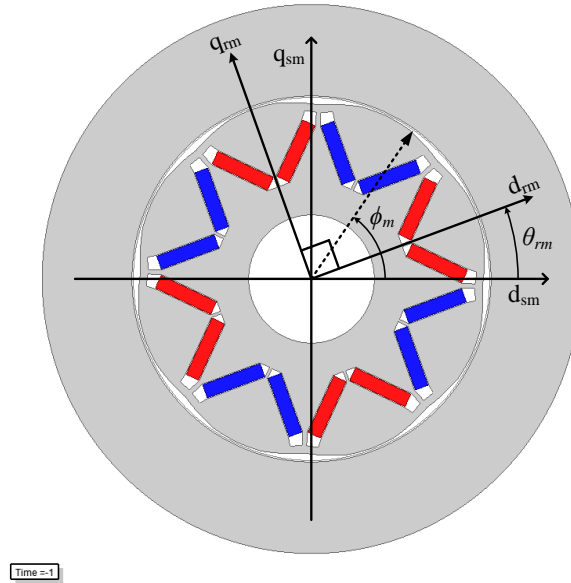


그림 3-1. θ_{rm} 과 ϕ_m 의 정의

그림 3-1은 기존의 연구 및 본 논문에서 사용되는 변수인 θ_{rm} 및 ϕ_m 의 정의를 나타낸다. 그림 내의 d_{sm} 및 q_{sm} 은 기계적인 정지 좌표계 축을 나타낸다.

θ_{rm} 은 기계각(Mechanical angle)으로 회전자 위치를 의미한다. 전기각(Electrical angle)으로 표시된 회전자 위치 θ_r 은 기계각으로 표시된 회전자 위치와 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\theta_r = p \cdot \theta_{rm} . \quad (3.1)$$

여기서 p 는 극쌍수를 나타낸다. 전동기의 전자기적 특성은 보통

회전자의 전기각 한 주기 기준으로 반복되므로 θ_r 이 주로 사용된다. 하지만 기계적으로 비대칭적인 구조를 가지는 절대각 센서리스(Absolute positoin sensorless) 전동기의 경우에는 θ_{rm} 의 한 주기 기준으로 전자기적 특성이 반복된다[24]-[26].

ϕ_m 은 기계각으로 표시된 공극 위치를 뜻하며, 공극 내의 특정 위치를 기준 좌표축 d_{sm} 에서 부터의 각도로 나타낸 것이다. 공극 위치의 전기각 표현은 다음과 같다.

$$\phi_e = p \cdot \phi_m. \quad (3.2)$$

본 논문에서 이상적인 IPMSM의 모델과 여러 기존의 연구에서는 전동기를 극쌍 단위로 해석하기 때문에 ϕ_e 를 사용하였지만, 비대칭 전동기를 포함하여 일반적인 전자기적 모델링을 유도하기 위해서는 ϕ_m 을 사용해야 한다.

3.1.2 일반적인 기자력 표현

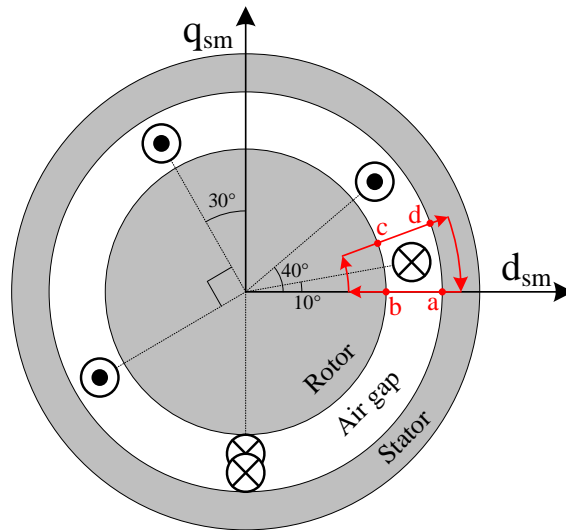


그림 3-2. 전동기의 공극 내에 임의로 배치된 권선

그림 3-2는 전동기의 공극 내에 임의로 배치된 권선을 나타낸다. 각 도선은 부피가 무한히 작으면서 전류 i 를 흘리고 있는 이상적인 도체로 가정할 수 있다. 암페어의 법칙(Ampere's law)에 의해 경로 abcda에서 다음의 식이 성립한다.

$$n_m(\phi_m)i = \oint_{abcda} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} . \quad (3.3)$$

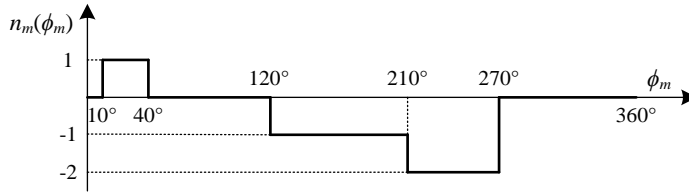


그림 3-3. 그림 3-2의 권선에 따른 턴 함수

\mathbf{H} 는 자기장(Magnetic field)의 벡터(Vector)이며, $d\mathbf{l}$ 은 적분 경로의 미소 길이(Infinitesimal line element) 벡터이다. $n_m(\phi_m)$ 는 턴 함수(turns function)라고 부르며, 폐 루프 $abcda$ 안의 턴수를 의미한다. $n_m(\phi_m)$ 의 아래 첨자(Subscript) “m”은 기계각인 ϕ_m 에 대한 함수인 것을 고려하여 추후에 사용할 $n_e(\phi_e)$ 와 구분짓기 위하여 사용하였다. ab 가 기준 좌표축 d_{sm} 에 고정되어 있고 cd 가 임의의 ϕ_m 에 따라 움직인다면 $n_m(\phi_m)$ 은 그림 3-3과 같이 나타낼 수 있다. 이를 이용하면 경로 $abcda$ 에서의 전체 기자력은 (3.4)와 같이 각 구간의 기자력의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} n_m(\phi_m)i &= F_{ab} + F_{bc} + F_{cd} + F_{da} \\ &= F_{ab} + F_{cd} + F_{iron} . \end{aligned} \quad (3.4)$$

여기서 F_{iron} 은 회전자 및 고정자 철심 내에서의 기자력 강하의 합으로 다음과 같이 표현된다.

$$F_{iron} = F_{bc} + F_{da} . \quad (3.5)$$

고정자 철심이 자기적으로 크게 포화(Saturation)되지 않았다면 $F_{da} = 0$ 으로 가정할 수 있지만, 회전자의 경우 내부에 슬롯, 자속 장벽(Flux barrier), 부분적인 포화 등이 있을 수 있으므로 아래와 같이 $F_{bc} = 0$ 의 가정을 사용하여 근사할 수 없다.

$$F_{iron} = \int_d^a \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_b^c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \approx 0 . \quad (3.6)$$

이러한 영향을 고려하기 위하여 F_{iron} 을 영으로 두는 대신 $F_{ab} + F_{cd}$ 의 계산에서 회전자의 포화를 고려하여 식 (3.7)-(3.8)와 같이 실제 공극 대신 유효 공극의 의미를 가지는 공극 함수(Airgap function) $g_m(\phi_m, \theta_r)$ 을 사용하여 기자력을 보정하기도 한다.

$$F_{ab} = -F_m(0, \theta_r) = -\int_b^a H_r(0, \theta_r) dl \approx -H_r(0, \theta_r) g_m(0, \theta_r). \quad (3.7)$$

$$F_{cd} = F_m(\phi_m, \theta_r) = \int_c^d H_r(\phi_m, \theta_r) dl \approx H_r(\phi_m, \theta_r) g_m(\phi_m, \theta_r). \quad (3.8)$$

$g_m(\phi_m, \theta_r)$ 의 아래 첨자 “m”은 $g_m(\phi_m, \theta_r)$ 이 기계각인 ϕ_m 에 대한 함수임을 표시한다. 그림 3-2에서 $g_m(0, \theta_r)$ 은 경로 ab의 물리적인 길이를 의미하며, $g_m(\phi_m, \theta_r)$ 은 임의의 ϕ_m 에서 경로 cd의 물리적인 길이와 경로 bc를 공극 길이로 환산한 값의 합을 의미한다. 식 (3.7)-(3.8)에서 H_r 은 공극에서 자기장 벡터의 방사방향(Radial) 성분을 의미한다. 공극이 충분히 작다면 H_r 은 공극 내의 고정된 ϕ_m 에서 변하지 않는 것으로 볼 수 있으며, 이를 통해 식 (3.7)-(3.8)과 같이 공극에서의 기자력 강하를 H_r 과 $g_m(\phi_m, \theta_r)$ 의 단순한 곱으로 표현할 수 있다. 이를 이용하여 식 (3.4)를 다시 쓰면 아래와 같다.

$$n_m(\phi_m) i = -F_m(0, \theta_r) + F_m(\phi_m, \theta_r). \quad (3.9)$$

가우스의 법칙(Gauss's law)에 의하여 아래의 식은 항상 성립한다.

$$\oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0. \quad (3.10)$$

\mathbf{B} 는 자속 밀도(Magnetic flux density) 벡터이며 $d\mathbf{A}$ 는 적분하는 표면에 대한 미소 면적(Infinitesimal area element) 벡터이다. 식 (3.10)을 실린더(Cylinder) 형태의 고정자 내벽(Inner surface)에 대하여 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} &= \int_0^{L_{axis}} \int_0^{2\pi} B_r \cdot R(d\phi_m)(dl) \\ &= RL_{axis} \int_0^{2\pi} B_r \cdot d\phi_m \\ &= RL_{axis} \int_0^{2\pi} \mu_0 H_r(\phi_m, \theta_r) \cdot d\phi_m = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

R 은 고정자 내벽의 반지름이며 L_{axis} 는 고정자의 축 방향 길이를 의미한다. 식 (3.11)에서 상수인 R 과 L_{axis} 를 제외하고 식 (3.8)의 관계를 이용하면 다음의 식이 유도된다.

$$\int_0^{2\pi} H_r(\phi_m, \theta_r) \cdot d\phi_m = \int_0^{2\pi} F_m(\phi_m, \theta_r) g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r) \cdot d\phi_m = 0. \quad (3.12)$$

본 논문에서는 $g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r)$ 을 역 공극 함수(Inverse airgap function)로

부르기로 한다.

식 (3.9)에 $g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r)$ 을 곱하여 ϕ_m 에 대하여 한 주기(0에서 2π 까지) 동안 적분하면 아래 식과 같다.

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} n_m(\phi_m) i \cdot g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m \\ &= \int_0^{2\pi} \{-F_m(0, \theta_r) + F_m(\phi_m, \theta_r)\} g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m \quad . \quad (3.13) \\ &= -F_m(0, \theta_r) \int_0^{2\pi} g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m + \int_0^{2\pi} F_m(\phi_m, \theta_r) g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m \end{aligned}$$

식 (3.13)의 마지막 성분은 식 (3.12)에 의해서 영이 된다. 따라서 아래의 식이 성립한다.

$$F_m(0, \theta_r) = -K_m(\theta_r) i . \quad (3.14)$$

여기서 $K_m(\theta_r)$ 은 아래와 같이 정의된다.

$$K_m(\theta_r) \triangleq \frac{\int_0^{2\pi} n_m(\phi_m) g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m}{\int_0^{2\pi} g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m} . \quad (3.15)$$

식 (3.14)를 식 (3.9)에 다시 대입하면 아래 식과 같다.

$$\begin{aligned} F_m(\phi_m, \theta_r) &= n_m(\phi_m) i + F_m(0, \theta_r) \\ &= \{n_m(\phi_m) - K_m(\theta_r)\} i . \end{aligned} \quad (3.16)$$

식 (3.16)을 통해서 공극에 인가되는 기자력을 계산할 수 있다.

3.1.3 권선 함수로 표현된 기자력 수식 유도

3.1.3.1 돌극성이 없는 회전자에 따른 기자력 표현

SPMSM와 같이 자기 포화를 무시하면 자기 회로 분석에서 회전자를 원형(Round rotor)으로 가정할 수 있는 경우 역 공극 함수 $g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r)$ 는 회전자 위치에 관계 없이 상수이므로 식 (3.15)는 다음과 같이 정리된다.

$$K_m(\theta_r) = \frac{g_0^{-1} \int_0^{2\pi} n_m(\phi_m) d\phi_m}{g_0^{-1}} = \int_0^{2\pi} n_m(\phi_m) d\phi_m = n_0 . \quad (3.17)$$

여기서 g_0^{-1} 와 n_0 는 각각 역 공극 함수와 턴 함수의 평균값을 의미한다.

식 (3.16)은 다음과 같이 표현된다.

$$F_m(\phi_m, \theta_r) = F_m(\phi_m) = N_m(\phi_m) i . \quad (3.18)$$

여기서 $N_m(\phi_m)$ 은 권선 함수(Winding function)이며 다음과 같이 정의된다.

$$N_m(\phi_m) \triangleq n_m(\phi_m) - n_0. \quad (3.19)$$

즉 권선 함수는 턴 함수에서 평균값을 영으로 맞춘 함수라고 할 수 있다. 식 (3.18)을 통하여 공극 기전력을 단순히 권선 함수와 전류의 곱으로 표현할 수 있다. 하지만 회전자에 돌극성이 있어서 역 공극 함수가 상수가 아닐 경우에는 회전자 위치가 바뀔에 따라 $K_m(\theta_r)$ 의 값이 변할 수 있으며 특정 조건에서만 식 (3.18)이 성립하게 된다.

3.1.3.2 돌극성이 있는 회전자에 따른 기전력 표현

돌극성이 없는 전동기에 대해서는 특별한 가정 없이 공극 기전력이 식 (3.18)과 같이 공극 위치에 대한 일변수 함수로 표현되었다. 하지만 돌극성이 있는 전동기에서는 역 공극 함수에 수 많은 고조파 성분이 있기 때문에 항상 $K_m(\theta_r)$ 이 식 (3.17) 처럼 상수로 정리되지는 않으며 공극 기전력은 식 (3.16)과 같이 θ_r 과 ϕ_m 에 대한 이변수 함수로 봐야 한다. $K_m(\theta_r)$ 이 상수로 정리되어 공극 기전력이 일변수 함수로 표현되기 위해서는 다음과 같은 세 가지 가정이 필요하다.

1) 가정 1: 대칭 전동기

고정자의 슬롯과 회전자의 형상에 따른 전자기적 주기수(Periodicity)를 의미하는 t 는 다음과 같이 정의된다[49].

$$t = \text{GCD}(S, p). \quad (3.20)$$

여기서 $\text{GCD}(x, y)$ 는 x 과 y 의 최대 공약수(Greatest Common Divisor: GCD)를 의미한다. 임의의 전동기의 주기수가 t 라고 할 때, 그 전동기의 단면을 t 개의 동일 크기의 부채꼴로 자르면 모든 부채꼴은 완전히 같은 모양을 가지게 된다. 아래의 식과 같이 주기수가 극쌍수와 같은 전동기(e.g. 8P12S, 8P24S, 8P48S, ...)의 내부에서는 전자기적인 단위 주기가 극쌍 피치(Pole pair pitch)인 $a_{pp}=2\pi/S$ 와 같아진다.

$$t = p. \quad (3.21)$$

본 논문에서는 식 (3.21)을 만족하는 전동기를 “대칭 전동기(Symmetric motor)”라고 부르고 식 (3.21)을 만족하지 않는 전동기를 “비대칭 전동기(Asymmetric motor)”라고 부르기로 한다.

이전까지는 일반적인 모델링을 위하여 턴 함수 및 역 공극 함수를 ϕ_m 과 θ_r 의 함수로 두었지만, 대부분의 기존 연구에서는[27]-[47] 턴 함수 및 역 공극 함수를 ϕ_e 와 θ_r 의 함수로 가정하였다. 이는 식 (3.21)을 만족하는 대칭 전동기의 경우 전기각 한 주기만큼의 역 공극 함수를 구하여 해석에 사용한 후 나머지 부분에 대해서는 극쌍수 만큼 반복되는 것으로 가정하여도 되기 때문이다.

대칭 전동기를 가정하여서 식 (3.15)-(3.16)을 전기각 기준 표현으로 바꾸면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_e(\phi_e, \theta_r) &= F_m\left(\frac{1}{p}\phi_e, \theta_r\right) \\ &= \{n_e(\phi_e) - K_e(\theta_r)\}i \end{aligned} \quad (3.22)$$

여기서 $K_e(\theta_r)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_e(\theta_r) &= \frac{\int_0^{2p\pi} n_m\left(\frac{1}{p}\phi_e\right) g_m^{-1}\left(\frac{1}{p}\phi_e, \theta_r\right) d\frac{1}{p}\phi_e}{\int_0^{2p\pi} g_m^{-1}\left(\frac{1}{p}\phi_e, \theta_r\right) d\frac{1}{p}\phi_e} \\ &= \frac{\int_0^{2\pi} n_e(\phi_e) g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) d\phi_e}{\int_0^{2\pi} g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) d\phi_e} \end{aligned} \quad (3.23)$$

식 (3.22)에서 θ_r 을 제거하여 식 (3.18)과 같이 기자력을 공극 위치에 대한 일변수 함수로 나타내기 위해서는 다음과 같은 두가지 가정이 추가적으로 성립해야 한다.

2) 가정 2: 턴 함수는 반파 대칭이다.

$n_e(\phi_e)$ 를 다음과 같이 일반적인 푸리에 급수로 나타낼 수 있다.

$$n_e(\phi_e) = n_0 + \sum_{h=1}^{\infty} \{a_h \cos h\phi_e + b_h \sin h\phi_e\}. \quad (3.24)$$

h 는 고조파 차수(Harmonic order)를 의미한다. $n_e(\phi_e)$ 이 식 (3.25)를 만족하는 반파 대칭(Half-wave symmetry)이라면, $n_e(\phi_e)$ 는 홀수 고조파(Odd harmonic) 성분만 가지게 된다.

$$n_e(\phi_e) = -n_e(\phi_e + \pi). \quad (3.25)$$

$n_e(\phi_e)$ 이 반파 대칭이라면 다음과 같이 표현된다.

$$n_e(\phi_e) = n_0 + \sum_{h=1,3,5,\dots}^{\infty} (a_h \cos h\phi_e + b_h \sin h\phi_e). \quad (3.26)$$

3) 가정 3: 역 공극 함수는 짝수 고조파만 가진다.

$g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r)$ 는 다음과 같이 일반적인 푸리에 급수로 나타낼 수 있다.

$$g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{a(m, n) \cos(m\phi_e + n\theta_r) + b(m, n) \sin(m\phi_e + n\theta_r)\}. \quad (3.27)$$

일반적으로 회전자의 N극(North pole)과 S극(South pole)은 동일한 구조이므로 $g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r)$ 는 ϕ_e 에 대해 $2p$ 의 배수 고조파만 가지고 θ_r 에 대해서는 2의 배수 고조파 성분만을 가진다고 생각할 수 있다. 이를 고려하면 식 (3.27)은 다음과 같이 표현된다.

$$g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{a(2pm, 2n) \cos(2pm\phi_e + 2n\theta_r) + b(2pm, 2n) \sin(2pm\phi_e + 2n\theta_r)\}. \quad (3.28)$$

위의 두 가정을 바탕으로 식 (3.23)을 간단히 정리할 수 있다. 일단 식 (3.28)을 사용하면 $g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r)$ 의 ϕ_e 에 대한 한 주기 적분은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) d\phi_e \\ &= \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{a(2pm, 2n) \cos(2pm\phi_e + 2n\theta_r) + b(2pm, 2n) \sin(2pm\phi_e + 2n\theta_r)\} \right\} d\phi_e. \quad (3.29) \\ &= 2\pi \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a(0, 2n) \cos 2n\theta_r + b(0, 2n) \sin 2n\theta_r) \end{aligned}$$

식 (3.26)과 (3.28)을 보면 알 수 있듯이 $n_e(\phi_e)$ 는 dc 성분과 홀수 고조파 성분을 가지고 있고 $g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r)$ 은 짝수 고조파(Even harmonic) 성분을 가지고 있다. 따라서 $n_e(\phi_e)g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r)$ 의 ϕ_e 에 대한 한 주기 적분은 아래와 같이 정리된다.

$$\int_0^{2\pi} n(\phi_e) g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) d\phi_e = 2\pi n_0 \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a(0, 2n) \cos 2n\theta_r + b(0, 2n) \sin 2n\theta_r). \quad (3.30)$$

식 (3.29)-(3.30)을 (3.23)에 대입하면 다음과 같다.

$$K_e(\theta_r) = \frac{2\pi n_0 \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a(0, 2n) \cos 2n\theta_r + b(0, 2n) \sin 2n\theta_r)}{2\pi \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a(0, 2n) \cos 2n\theta_r + b(0, 2n) \sin 2n\theta_r)} = n_0. \quad (3.31)$$

식 (3.31)을 (3.22)에 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$F_e(\phi_e, \theta_r) = F_e(\phi_e) = N_e(\phi_e)i. \quad (3.32)$$

여기서 $N_e(\phi_e)$ 은 권선 함수의 전기각 기준 표현이며 다음과 같이 정의된다.

$$N_e(\phi_e) \triangleq n_e(\phi_e) - n_0. \quad (3.33)$$

식 (3.32)가 성립한다면 기계각 표현인 식 (3.18) 또한 성립한다.

가정 1~3의 최소 조건만 있어도 기자력을 식 (3.32)와 같이 유도할 수 있지만, 대부분의 연구에서는[9]-[10], [27]-[47] $g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r)$ 을 식 (3.28) 보다 더 간략화하여서 사용하였다. 대부분 회전자는 각 극의 중심으로부터 좌우로 대칭인 구조를 가지므로 $g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r)$ 는 ϕ_e 에 대해서 아래 식과 같이 θ_r 에 기준 축이 동기된 우함수 특성을 가진다고 할 수 있다.

$$g_e^{-1}(\phi_e + \theta_r, \theta_r) = g_e^{-1}(-\phi_e + \theta_r, \theta_r). \quad (3.34)$$

역 공극 함수의 일반형인 식 (3.27)을 (3.34)에 대입하여 정리하면 다음의 결과를 도출할 수 있다.

$$\begin{aligned} a(m, n) &= 0 \quad \text{for } m+n \neq 0 \\ b(m, n) &= 0 \quad \text{always} \end{aligned} \quad (3.35)$$

식 (3.27)에서 $g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r)$ 은 $m = -n$ 의 경우에만 유효한 계수가 존재하기 때문에 다음과 같이 간략하게 표현될 수 있다.

$$g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a(2k, -2k) \cos 2k(\phi_e - \theta_r) = g_0^{-1} + \sum_{h=2,4,6,\dots}^{\infty} g_h^{-1} \cosh(\phi_e - \theta_r). \quad (3.36)$$

여기서 $g_0^{-1} = a(0,0)$ 이다. 즉 $g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r)$ 의 고조파들은 모두 $(\phi_e - \theta_r)$ 로 묶인 항으로 표현된다. 이에 따른 ϕ_e 에 대한 $g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r)$ 의 분포는 회전자 위치에 동기되어 평행이동하는 형태를 가진다. 식 (3.36)에서 역 공극 함수는 표면적으로 이변수 함수이지만 사실상 $f(\phi_e - \theta_r)$ 의 형태로 표현되는 $(\phi_e - \theta_r)$ 에 대한 일변수 함수라고 할 수 있다.

3.1.4 권선 함수를 이용한 인덕턴스의 표현

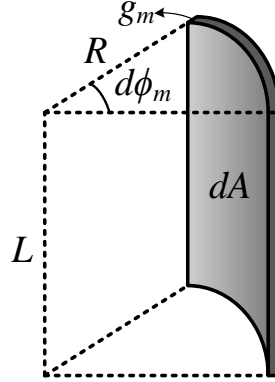


그림 3-4. $d\phi_m$ 에 대한 공극 영역

자속(Magnetic flux)은 일반적으로 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\Phi = F \cdot P. \quad (3.37)$$

F 는 기자력이며 P 는 퍼미언스(Permeance)를 나타낸다. 고정자 내벽(Inner surface) 에서 미소 공극 각도 $d\phi_m$ 에 대한 공극 영역을 그리면 그림 3-4와 같다. 공극 영역에 대한 퍼미언스는 다음과 같이 표현된다.

$$dP = \frac{\mu_0 dA}{g_m(\phi_m, \theta_r)} = \frac{\mu_0 LR d\phi_m}{g_m(\phi_m, \theta_r)}. \quad (3.38)$$

식 (3.21), (3.26), (3.36)을 만족하는 전동기에 대하여 기자력 식 (3.18)이 성립한다. 공극 면 dA 를 통과하는 자속 $d\Phi$ 를 식 (3.18)을 통해 나타내면 다음과 같다.

$$d\Phi = F_m(\phi_m, \theta_r) \cdot \frac{\mu_0 LR d\phi_m}{g_m(\phi_m, \theta_r)} = \mu_0 LR i \cdot g_m(\phi_m, \theta_r)^{-1} \cdot N_m(\phi_m) d\phi_m. \quad (3.39)$$

두 코일 A와 B가 있을 때, 코일 B에 의한 코일 A의 쇄교 자속은 다음과 같다.

$$\lambda_{ab} = \int_{\phi_m=-\pi}^{\phi_m=\pi} N_a(\phi_m) d\Phi_b = \mu_0 RL \cdot i_{bs} \int_{-\pi}^{\pi} N_a(\phi_m) N_b(\phi_m) g_e^{-1}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m. \quad (3.40)$$

따라서 코일 A와 B의 상호 인덕턴스(mutual inductance)는 다음과 같다.

$$L_{ab} = \lambda_{ab} / i_{bs} = \mu_0 RL \int_{-\pi}^{\pi} N_a(\phi_m) N_b(\phi_m) g_e^{-1}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m. \quad (3.41)$$

위의 결과에서 단순히 B를 A로 고치면 코일 A와 A의 상호 인덕턴스, 즉 코일 A의 자기 인덕턴스(Self-inductance)의 표현을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$L_{aa} = \mu_0 RL \int_{-\pi}^{\pi} N_a(\phi_m) N_a(\phi_m) g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m. \quad (3.42)$$

위의 인덕턴스 식을 전기각 기준 표현으로 바꿀 수도 있다.

$$L_{aa} = \mu_0 RL \int_{-\pi}^{\pi} N_a(\phi_e) N_a(\phi_e) g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) d\phi_e. \quad (3.43)$$

$$L_{ab} = \mu_0 RL \int_{-\pi}^{\pi} N_a(\phi_e) N_b(\phi_e) g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) d\phi_e. \quad (3.44)$$

여기서 N_a 와 N_b 는 기계각과 전기각 기준 표현 2가지로 혼용하였다.

3.2 권선 함수 이론의 적용

식 (3.41)-(3.44)에서 알 수 있듯이 인덕턴스를 계산하기 위해 필요한 함수는 권선 함수와 역 공극 함수이다. 권선 함수는 전동기의 권선 방법에 따라서 하나로 정해지지만, 전동기의 역 공극 함수는 회전자의 형태에 따라서 적절히 모델링하여야 한다. 따라서 권선 함수 이론을 이용한 인덕턴스 계산에서의 핵심은 정확한 역 공극 함수의 모델링이라고 할 수 있다. 3.2.1절에서는 가장 이상적이고 간단한 형태인 정현 역 공극 함수를 사용한 경우를 다루고, 3.2.2절에서는 실제 전동기에 대한 실질적인 역 공극 함수의 모델링을 대하여 다룬다.

3.2.1 이상적인 IPMSM의 모델링

참고 문헌 [9]-[10]등의 전동기 관련 교재에서 다루고 있는 일반적인 IPMSM의 모델링에서는 그림 3-5과 같이 정현 권선(Sinusoidal winding), 정현 역 공극함수를 가지는 IPMSM을 가정한다. 그림 3-5(나)와 같은 정현적인 권선 함수는 다음과 같이 표현된다.

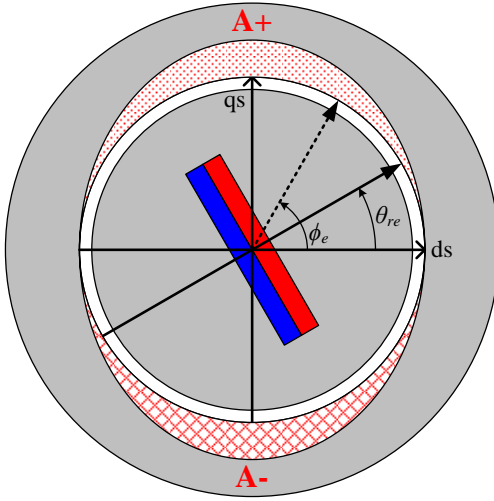
$$\begin{aligned} N_a(\phi_e) &= \frac{N_{ct}}{2} \cos \phi_e \\ N_b(\phi_e) &= \frac{N_{ct}}{2} \cos(\theta_r - 120^\circ) \\ N_c(\phi_e) &= \frac{N_{ct}}{2} \cos(\theta_r + 120^\circ) \end{aligned} \quad (3.45)$$

식 (3.45)와 같이 권선 함수가 정현적이면, 공극 자속 밀도에 고조파가 많이 있다고 하더라도 역기전력은 정현적이게 된다. 이에 대한 이론적인 근거는 부록 B.2에서 찾을 수 있다. 식 (B.13)에 따라 3상 권선의 영구자석에 의한 쇄교 자속은 다음과 같이 표현된다.

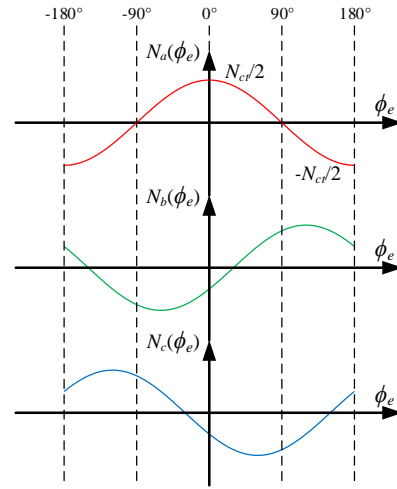
$$\Lambda_{PM} = \begin{bmatrix} \lambda_{a_PM} \\ \lambda_{b_PM} \\ \lambda_{c_PM} \end{bmatrix} = \lambda_{PM} \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ \cos(\theta_r - 120^\circ) \\ \cos(\theta_r + 120^\circ) \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

여기서 λ_{PM} 은 다음과 같이 정의된다.

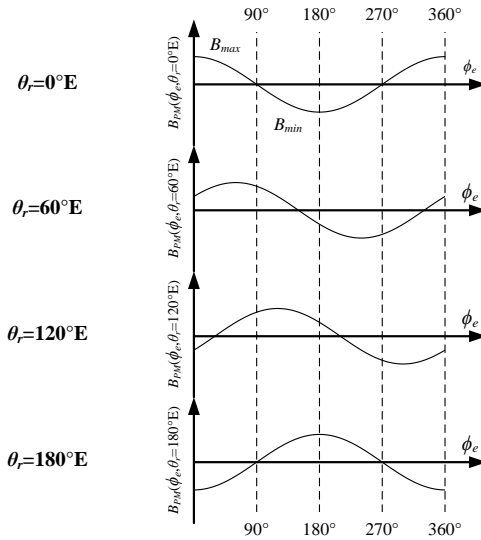
$$\lambda_{PM} \triangleq \frac{\pi}{2} RL N_{ct} B_1. \quad (3.47)$$



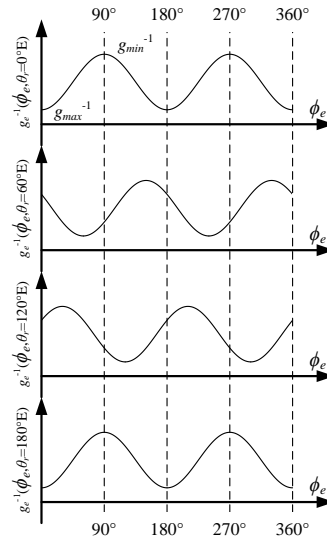
(가) 권선도



(나) 권선 함수



(다) 공극 자속 밀도



(나) 역 공극 함수

그림 3-5. 정현적인 특성을 가지는 IPMSM

이상적인 역 공극 함수는 식 (3.36)에서 고차 고조파를 무시하고 아래와 같이 dc 성분과 2고조파 성분만을 가진 것을 의미한다.

$$g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) = \frac{1}{2}(g_{\max}^{-1} + g_{\min}^{-1}) + \frac{1}{2}(g_{\max}^{-1} - g_{\min}^{-1})\cos 2(\phi_e - \theta_r). \quad (3.48)$$

식 (3.43)-(3.44)에 따라 자기 및 상호 인덕턴스는 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned}
L_{aa} &= \mu_0 RL \int_{-\pi}^{\pi} N_a(\phi_e) N_a(\phi_e) g^{-1}(\phi_e, \theta_r) d\phi_e \\
&= \mu_0 RL \frac{N_t^2}{4} \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 \phi_e \left\{ \frac{1}{2} (g_{\max}^{-1} + g_{\min}^{-1}) + \frac{1}{2} (g_{\max}^{-1} - g_{\min}^{-1}) \cos 2(\phi_e - \theta_r) \right\} d\phi_e \\
&= \frac{1}{4} \mu_0 RL N_t^2 \left[\frac{1}{2} (g_{\max}^{-1} + g_{\min}^{-1}) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos 2\phi_e + 1}{2} d\phi_e \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} (g_{\max}^{-1} - g_{\min}^{-1}) \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{\cos 2\phi_e + 1}{2} \right) \cos 2(\phi_e - \theta_r) d\phi_e \right] \quad . \quad (3.49) \\
&= \frac{1}{4} \mu_0 RL N_t^2 \left[\frac{\pi}{2} (g_{\max}^{-1} + g_{\min}^{-1}) + \frac{1}{4} (g_{\max}^{-1} - g_{\min}^{-1}) \int_{-\pi}^{\pi} \cos 2\phi_e \cos 2(\phi_e - \theta_r) d\phi_e \right] \\
&= \frac{1}{8} \mu_0 RL N_t^2 \left[\pi (g_{\max}^{-1} + g_{\min}^{-1}) + \frac{1}{2} (g_{\max}^{-1} - g_{\min}^{-1}) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2} \{ \cos(4\phi_e - 2\theta_r) + \cos 2\theta_r \} d\phi_e \right] \\
&= L_0 + L_2 \cos 2\theta_r
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{ab} &= \mu_0 RL \int_{-\pi}^{\pi} N_a(\phi_e) N_b(\phi_e) g^{-1}(\phi_e, \theta_r) d\phi_e \\
&= \mu_0 RL \frac{N_t^2}{4} \int_{-\pi}^{\pi} \cos \phi_e \cos(\phi_e - 120^\circ) \left\{ \frac{1}{2} (g_{\max}^{-1} + g_{\min}^{-1}) + \frac{1}{2} (g_{\max}^{-1} - g_{\min}^{-1}) \cos 2(\phi_e - \theta_r) \right\} d\phi_e \\
&= \frac{1}{4} \mu_0 RL N_t^2 \left[\frac{1}{2} (g_{\max}^{-1} + g_{\min}^{-1}) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2} \left\{ \cos(2\phi_e - 120^\circ) - \frac{1}{2} \right\} d\phi_e \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} (g_{\max}^{-1} - g_{\min}^{-1}) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2} \left\{ \cos(2\phi_e - 120^\circ) - \frac{1}{2} \right\} \cos 2(\phi_e - \theta_r) d\phi_e \right] \quad . \quad (3.50) \\
&= \frac{1}{16} \mu_0 RL N_t^2 \left[-\pi (g_{\max}^{-1} + g_{\min}^{-1}) + (g_{\max}^{-1} - g_{\min}^{-1}) \int_{-\pi}^{\pi} \cos(2\phi_e - 120^\circ) \cos 2(\phi_e - \theta_r) d\phi_e \right] \\
&= \frac{1}{16} \mu_0 RL N_t^2 \left[\frac{-\pi (g_{\max}^{-1} + g_{\min}^{-1})}{(g_{\max}^{-1} - g_{\min}^{-1})} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2} \{ \cos(4\phi_e - 2\theta_r - 120^\circ) + \cos(2\theta_r - 120^\circ) \} d\phi_e \right] \\
&= -\frac{1}{2} L_0 + L_2 \cos 2(\theta_r - 60^\circ)
\end{aligned}$$

여기서 L_0 와 L_2 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
L_0 &\triangleq \frac{\pi}{8} \mu_0 RL N_t^2 (g_{\max}^{-1} + g_{\min}^{-1}) \\
L_2 &\triangleq \frac{\pi}{16} \mu_0 RL N_t^2 (g_{\max}^{-1} - g_{\min}^{-1}) \quad . \quad (3.51)
\end{aligned}$$

3상 권선의 대칭성을 이용하면 인덕턴스 행렬은 다음과 같이 구성된다.

$$\mathbf{L}_{\text{abs}} = \begin{bmatrix} L_{\text{is}} + L_0 + L_2 \cos 2\theta_r & -\frac{1}{2} L_0 + L_2 \cos 2(\theta_r - 60^\circ) & -\frac{1}{2} L_0 + L_2 \cos 2(\theta_r + 60^\circ) \\ -\frac{1}{2} L_0 + L_2 \cos 2(\theta_r - 60^\circ) & L_{\text{is}} + L_0 + L_2 \cos 2(\theta_r - 120^\circ) & -\frac{1}{2} L_0 + L_2 \cos 2\theta_r \\ -\frac{1}{2} L_0 + L_2 \cos 2(\theta_r + 60^\circ) & -\frac{1}{2} L_0 + L_2 \cos 2\theta_r & L_{\text{is}} + L_0 + L_2 \cos 2(\theta_r + 120^\circ) \end{bmatrix} \quad . \quad (3.52)$$

식 (3.46)과 (3.52)를 이용하여 3상 권선의 전체 쇄교 자속을 표현하면 다음과 같다.

$$\lambda_{\text{abs}} = \mathbf{L}_{\text{abs}} \cdot \mathbf{i}_{\text{abs}} + \mathbf{L}_{\text{PM}} \quad . \quad (3.53)$$

λ_{abcs} 와 \mathbf{i}_{abcs} 는 다음과 같이 정의되는 열 행렬(Column matrix)이다.

$$\lambda_{abcs} \triangleq \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{i}_{abcs} \triangleq \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}. \quad (3.54)$$

식 (3.55)와 같이 정의되는 변환 행렬을 사용하여 식 (3.53)을 정지 좌표계 d-q축의 값으로 변환하면 식 (3.56)과 같다.

$$\mathbf{T}_{dq} \triangleq \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{dqs}^s &= \mathbf{T}_{dq} \cdot \lambda_{abcs} \\ &= \mathbf{T}_{dq} \cdot \mathbf{L}_{abcs} \cdot \frac{3}{2} \mathbf{T}_{dq}^T \cdot \mathbf{i}_{dqs}^s + \mathbf{T}_{dq} \cdot \Lambda_{PM} \\ &= \mathbf{L}_{dqs}^s \cdot \mathbf{i}_{dqs}^s + \mathbf{T}_{dq} \cdot \Lambda_{PM} \\ &= \begin{bmatrix} L_{ls} + \frac{3}{2}L_0 + \frac{3}{2}L_2 \cos 2\theta_r & \frac{3}{2}L_2 \sin 2\theta_r \\ \frac{3}{2}L_2 \sin 2\theta_r & L_{ls} + \frac{3}{2}L_0 - \frac{3}{2}L_2 \cos 2\theta_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ds}^s \\ i_{qs}^s \end{bmatrix} + \lambda_{PM} \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ \sin \theta_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.56)$$

좌표계 변환 행렬인 식 (3.57)을 사용하여 식 (3.56)을 동기 좌표계로 변환하면 식 (3.58)과 같다.

$$\mathbf{R}(\theta) \triangleq \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{dqs}^r &= \mathbf{R}(-\theta_r) \cdot \lambda_{dqs}^s \\ &= \mathbf{R}(-\theta_r) \cdot \mathbf{L}_{dqs}^s \cdot \mathbf{R}(\theta_r) \cdot \mathbf{i}_{dqs}^r + \mathbf{R}(-\theta_r) \cdot \mathbf{T}_{dq} \cdot \Lambda_{PM} \\ &= \mathbf{L}_{dqs}^r \cdot \mathbf{i}_{dqs}^r + \mathbf{R}(-\theta_r) \cdot \mathbf{T}_{dq} \cdot \Lambda_{PM} \\ &= \begin{bmatrix} L_{ls} + \frac{3}{2}L_0 + \frac{3}{2}L_2 & 0 \\ 0 & L_{ls} + \frac{3}{2}L_0 - \frac{3}{2}L_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ds}^r \\ i_{qs}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{PM} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} L_{ds} & 0 \\ 0 & L_{qs} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ds}^r \\ i_{qs}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{PM} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.58)$$

따라서 동기 좌표계에서의 전압 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}_{\text{dqs}}^r &= R_s \cdot \mathbf{i}_{\text{dqs}}^r + \frac{d}{dt} \lambda_{\text{dqs}}^r + \omega_r \cdot \mathbf{J} \cdot \lambda_{\text{dqs}}^r \\
&= R_s \cdot \begin{bmatrix} i_{ds}^r \\ i_{qs}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{ds} & 0 \\ 0 & L_{qs} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{ds}^r \\ i_{qs}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_r L_{qs} \\ \omega_r L_{ds} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ds}^r \\ i_{qs}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_r \lambda_{PM} \end{bmatrix}. \quad (3.59)
\end{aligned}$$

여기서 행렬 \mathbf{J} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{J} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.60)$$

토크는 다음과 같이 표현된다.

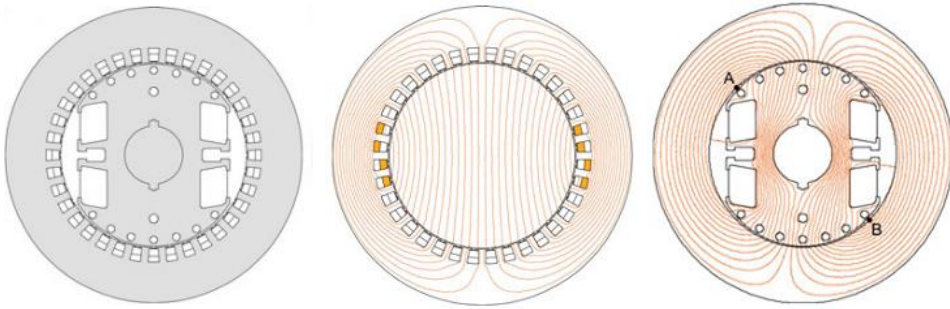
$$T_e = \frac{3}{2} p \left\{ \lambda_{PM} i_{qs}^r + (L_{ds} - L_{qs}) i_{ds}^r i_{qs}^r \right\}. \quad (3.61)$$

3.2.2 실질적인 전동기의 모델링

이 절에서는 다양한 전동기 형태에 따라서 역 공극 함수를 모델링하여 전동기를 분석한 기존 연구를 소개한다.

3.2.2.1 권선형 회전자 동기기

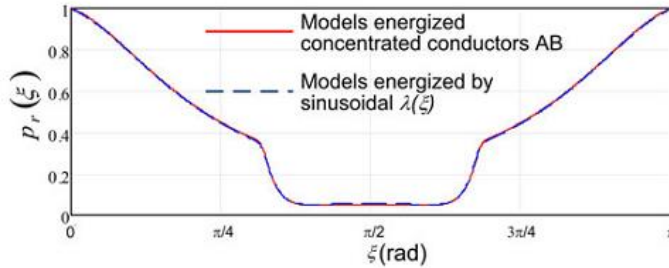
참고 문헌 [27]-[29]은 권선형 회전자 동기기(Wound Rotor Synchronous Motor: WRSM)를 권선 함수로 해석하였다.



(가) 대상 전동기

(나) 고정자 특성 모델

(다) 회전자 특성 모델



(라) 회전자 퍼미언스 함수

그림 3-6. 참고 문헌 [29]의 회전자 특성 모델링

그림 3-6(가)는 참고 문헌 [29]에서 분석한 대상 전동기를 나타낸다. 대상 전동기는 돌극형(Salient pole) 회전자에 계자 권선(Field winding)이 감긴 구조이다. 참고 문헌 [29]에서는 역 공극 함수를 다음과 같이 모델링하였다.

$$g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) = \frac{p_s(\phi_e) \cdot p_r(\phi_e - \theta_r)}{g_{\min}}. \quad (3.62)$$

$p_e(\phi_e)$ 는 고정자의 슬롯 효과(Slotting effect)를 퍼미언스(Permeance)로 환산한 것이며 $p_r(\phi_e - \theta_r)$ 은 회전자의 돌극 특성을 퍼미언스로 나타낸 것이다. 참고 문헌 [29]에서는 그림 3-6(나)와 같이 회전자를 원통형의

이상적인 철심으로 대체한 회로에서 고정자 권선에 흐르는 단위 전류에 따른 공극의 자계 분포(Magnetic field distribution)를 통하여 고정자 특성인 $p_e(\phi_e)$ 를 추출한다. 또한 그림 3-6(나)와 같이 슬롯을 모두 제거한 고정자에서 임의의 두 점 A, B에 단위 전류를 흘림에 따른 공극의 자계 분포를 통하여 회전자 특성인 $p_r(\phi_e - \theta_r)$ 을 측정한다. 그림 3-6(다)는 이렇게 측정한 $p_r(\phi_e - \theta_r)$ 을 나타낸다.

3.2.2.2 편심을 가지는 전동기

참고 문헌 [30]-[33]에서는 회전자 축이 중심에서 벗어나는 편심(Eccentricity)에 현상을 권선 함수를 통하여 모델링하였다.

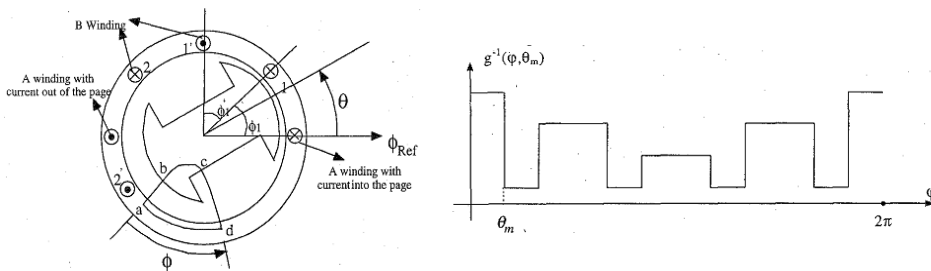
참고 문헌 [30]에서는 그림 3-7(가)와 같이 편심이 있는 회전자에 의한 영향을 분석하였다. 그림 3-7(나)는 편심이 있는 4극 전동기의 역 공극 함수를 나타낸다. 정상적인 회전자의 경우 역 공극 함수에는 전기각 기준 표현인 식 (3.36)이 극수(P) 만큼 반복되므로 (3.63)과 같이 표현된다.

$$g_m^{-1}(\phi_m, \theta_{rm}) = g_0^{-1} + \sum_{h=4,8,12,\dots}^{\infty} g_h^{-1} \cos h(\phi_m - \theta_{rm}). \quad (3.63)$$

하지만 그림 3-7(나)와 같은 편심이 있는 회전자의 역 공극 함수는 기본파의 한 주기가 기계각 한 주기와 같아지므로 아래와 같이 표현된다.

$$g_m^{-1}(\phi_m, \theta_{rm}) = g_0^{-1} + \sum_{h=1}^{\infty} g_h^{-1} \cos h(\phi_m - \theta_{rm}). \quad (3.64)$$

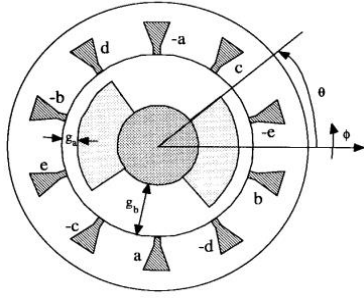
참고 문헌 [30]에서는 역 공극 함수가 (3.63)에서 (3.64)의 형태로 변환에 따라서 추가로 발생하는 고조파 성분에 초점을 맞추어서 편심 현상을 분석하였다.



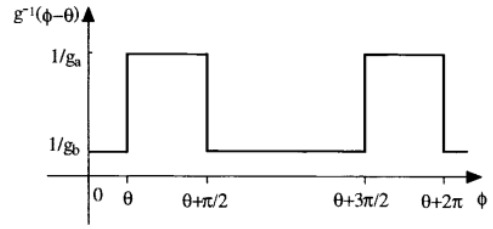
(가) 편심이 있는 회전자

(나) 역 공극 함수

그림 3-7. 참고 문헌 [30]의 회전자 특성 모델링

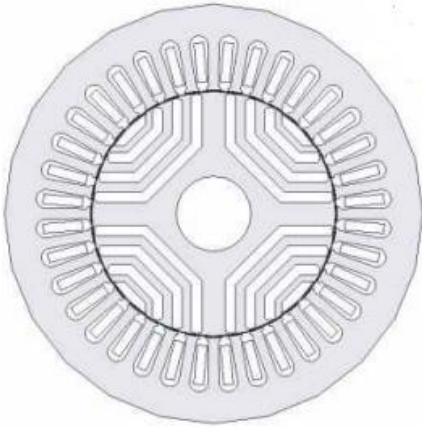


(가) 대상 전동기

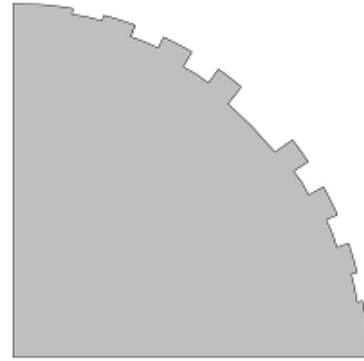


(나) 역 공극 함수

그림 3-8. 참고 문헌 [35]의 회전자 특성 모델링



(가) 대상 전동기



(나) 회전자 등가 모델

그림 3-9. 참고 문헌 [40]의 회전자 특성 모델링

3.2.2.3 릴럭턴스 전동기

참고 문헌 [34]은 스위치드 릴럭턴스 전동기(Switched Reluctance Motor: SRM)를, 참고 문헌 [35]-[40]는 동기형 릴럭턴스 전동기(Synchronous Reluctance Motor: SynRM)를 권선 함수 이론으로 해석하였다.

참고 문헌 [35]에서는 그림 3-8(가)와 같이 간단한 회전자 구조를 가지는 SynRM을 분석하였다. 이 경우에는 회전자 철심을 이상적으로 가정하여 유효 공극이 실제 공극과 같이 되도록 역 공극 함수를 그림 3-8(나)와 같이 모델링하였다. 그림 3-8(나) 또한 역 공극 함수의 일반형 (3.36)으로 표현이 되지만, 참고 문헌 [35]에서는 계산의 편의를 위하여 다음과 같이 3고조파 까지만 고려하였다.

$$g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) = a - b \cos 2(\phi_e - \theta_r) + \frac{b}{3} \cos 6(\phi_e - \theta_r). \quad (3.65)$$

참고 문헌 [35]에서는 식 (3.65)를 기반으로 인덕턴스를 계산하여 전동기 시뮬레이션 모델에 사용하였다.

참고 문헌 [40]에서는 그림 3-9(가)와 같은 형태의 SynRM을 모델링하였다. d축에는 자속이 잘 형성되고 q축에는 잘 형성되지 않는 특성을 바탕으로 그림 3-9(나)와 같은 형태의 회전자 등가 모델을 만들어서 사용하였다. 역 공극 함수는 [36]에서 사용한 다음의 형태를 사용하였다.

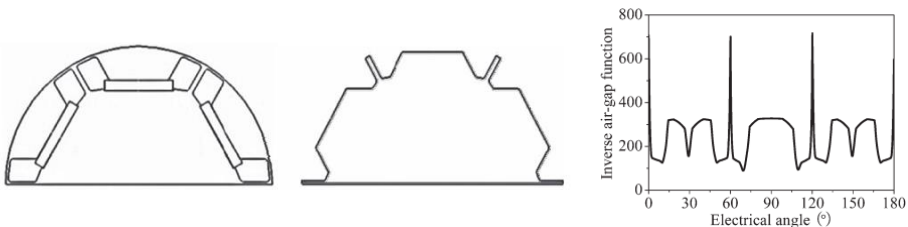
$$g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) = \frac{1}{g_s(\phi_e) + g_r(\phi_e - \theta_r)}. \quad (3.66)$$

여기서 $g_s(\phi_e)$ 는 고정자에 의해서 결정되는 슬롯 효과를 고려한 것이고, $g_r(\phi_e - \theta_r)$ 은 회전자 위치에 동기된 그림 3-9(나)의 공극 함수를 의미한다. 식 (3.62)에서는 역 공극 함수를 고정자와 회전자 특성 함수의 곱셈으로 모델링한 것과 달리 식 (3.66)에서는 두 함수의 덧셈으로 모델링하였다.

3.2.2.4 영구자석 동기 전동기

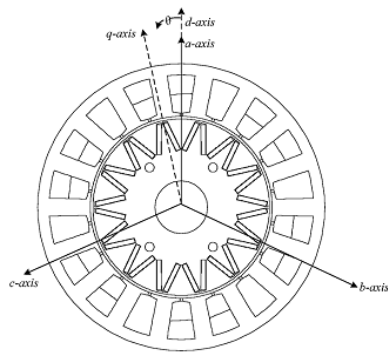
참고 문헌 [2], [41]에서는 SPMSM을, [42]에서는 Inset PM motor를, [43]-[48]에서는 IPMSM을 권선 함수를 이용하여 분석하였다.

참고 문헌 [46]에서는 그림 3-10(가)와 같은 일반적인 형태의 IPMSM에서 회전자의 자기 회로를 고려하여 회전자 등가 모델을 만들어서 사용하였다. 회전자 등가 모델은 원래의 회전자에서 회전자 내부의 자석과 자속 장벽을 제거하고 그 공간에 회전자 표면에 있는 철심을 밀어 넣은 형태이다. 역 공극 함수는 식 (3.66)에서 $g_r(\phi_e - \theta_r)$ 을 회전자 등가 모델의 물리적 공극 길이로 적용하였다. 그림 3-10(나)는 회전자와 고정자의 특성이 합쳐진 역 공극 함수를 나타낸다.

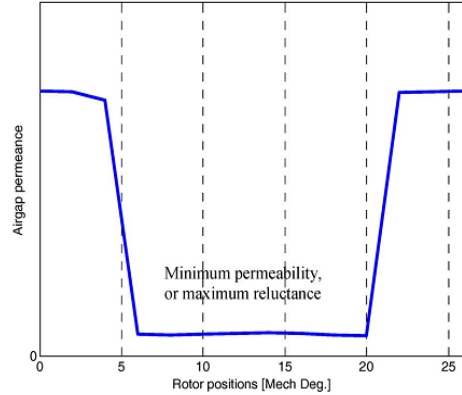


(가) 대상 전동기의 회전자 및 회전자 등가 모델 (나) 역 공극 함수

그림 3-10. 참고 문헌 [46]의 회전자 특성 모델링

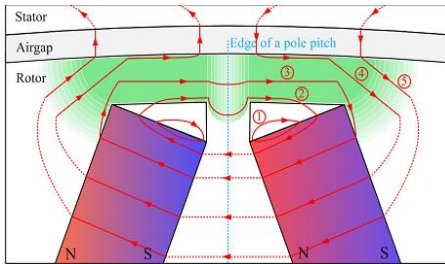


(가) 대상 전동기

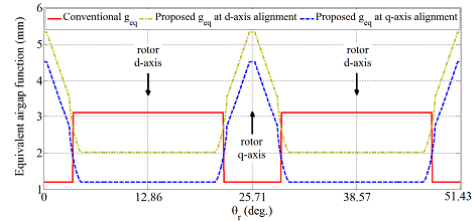


(나) 퍼미언스 함수

그림 3-11. 참고 문헌 [47]의 회전자 특성 모델링



(가) 회전자 리브 근처의 자속 경로



(나) 역 공극 함수

그림 3-12. 참고 문헌 [48]의 회전자 특성 모델링

참고 문헌 [47]은 그림 3-11(가)와 같이 FSCW와 V형(V-shaped) 영구자석이 인입된 회전자를 사용한 전동기를 대상으로 인덕턴스를 분석하였다. 역 공극 함수는 식 (3.36)의 기본 형태에서 고조파 계수를 회전자의 자기 회로를 기반으로 계산한 것으로 사용하였다[50]. 결과적으로 사용한 역 공극 함수는 그림 3-11(나)와 같이 간단한 형태이다.

참고 문헌 [43]-[47]에서는 회전자의 형상을 주로 고려하여 역 공극 함수를 모델링했다면, 최근에 발표된 참고 문헌 [48]에서는 회전자 내부의 자기 포화를 고려하여 인덕턴스를 분석하였다. 참고 문헌 [48]의 대상 전동기는 그림 3-11(가)와 동일한 FSCW IPMSM이다. B-H 그림 3-12는 회전자 리브(Rib) 근처에서의 자속 경로 및 포화도를 나타낸다. 그림에서 초록색의 밀도는 자속 밀도의 크기를 나타낸다. 그림 3-12(가)와 같이 리브 부분이 포화됨에 따라서 리브를 지나가는 자속

경로의 릴럭턴스가 커지게 된다. 따라서 ①~⑤로 표시된 자속 경로의 릴럭턴스는 모두 다르다. 참고 문헌 [48]에서는 회전자의 형상과 회전자 물질의 B-H 곡선에 따른 포화도를 고려하여 역 공극 함수를 그림 3-12(나)와 같이 모델링하였다. 모델링 된 역 공극 함수는 이전의 참고 문헌에서 처럼 회전자에 동기된 것이 아니라 회전자의 위치에 따라 변하는 형태를 가지게 된다.

3.3 기존 연구의 한계

3.2.2절에서 대륜 대부분의 기존 연구에서는[27]-[47] 엄밀하게 권선 함수 이론의 기본 전제가 성립하는지 고려하지 않고 결과 식인 (3.18)과 (3.41)-(3.42)를 사용하였다. 3.1절에서 설명하였듯이, 돌극성의 회전자를 가진 전동기에 대하여 권선 함수 이론을 사용하기 위해서는 아래의 세 가정이 성립하여야 한다.

- a. 가정 1: 대상 전동기는 식 (3.21)을 만족시키는 대칭 전동기이다.
- b. 가정 2: 가정 1이 성립하고, 턴(권선) 함수는 홀수 고조파 성분만 가지는 식 (3.26)의 형태로 표현된다.
- c. 가정 3: 가정 1이 성립하고, 역 공극 함수는 짝수 고조파 성분만 가지는 식 (3.28)의 형태로 표현된다.

위의 가정이 성립한다는 전제 하에만 권선 함수 이론을 적용할 수 있다. 하지만 이 전제를 모든 전동기에 대하여 일반화할 수 없다. 예를 들어 식 (3.21)을 만족시키지 못하는 비대칭 전동기에서는 권선 함수 이론을 적용할 수 없다. 그리고 식 (3.26)을 만족시키는 권선은 사실상 분포권과 그림 B-1의 풀 피치 집중권이며, 이외의 모든 집중권은 식 (3.26)을 만족시키지 못하므로 권선 함수 이론을 적용할 수 없다.

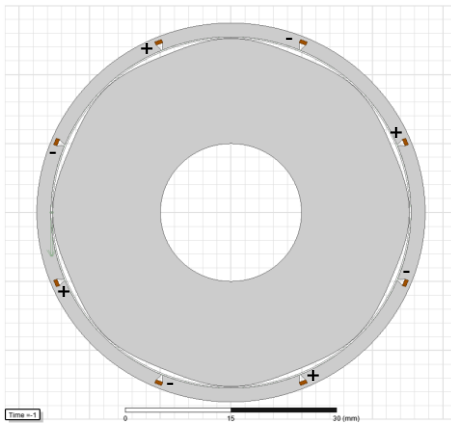
또한 대부분의 기존 연구에서[27]-[47]는 역 공극 함수를 식 (3.28)에서 더 간략화된 식 (3.36)의 형태로 가정하였다. 식 (3.36)의 역 공극 함수는 $(\phi_e - \theta_r)$ 에 대한 일변수 함수의 형태이므로 이 변수 함수로 표현되는 식 (3.28)에 비하여 간략하다는 장점이 있다. 하지만 기존의 연구에서 역 공극 함수가 실제로 식 (3.36)의 형태로 표현되는지에 대한 검증은 이루어지지 않았다.

이 절에서는 몇 가지 전동기 모델에 대한 FEA를 통해 기존 연구에서 사용한 역 공극 함수가 실제 전동기의 특성을 잘 표현해주는지 알아본다. 또한 본 논문에서 주 연구 대상으로 하는 FSCW를 가지는 전동기에서 기존의 권선 함수 이론을 적용할 수 있는지 여부도 알아본다.

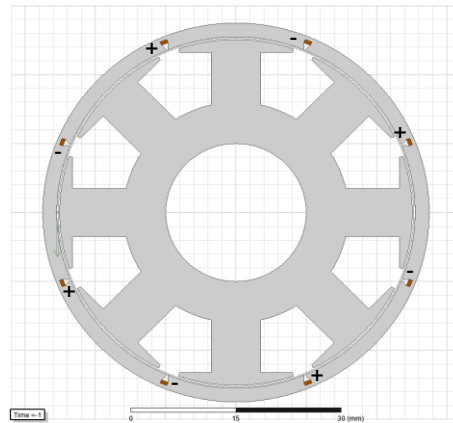
3.3.1 회전자 형태에 따른 역 공극 함수

3.3.1.1 역 공극 함수 분석을 위한 네 가지 전동기 모델

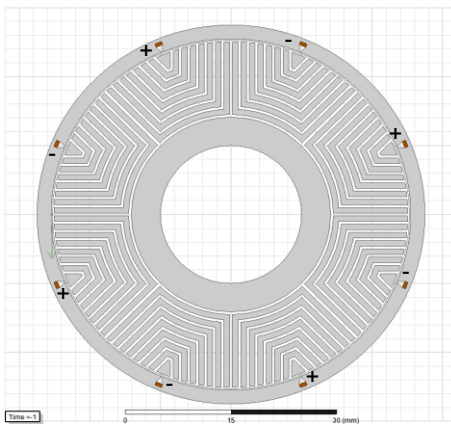
역 공극 함수 분석을 위해 그림 3-13와 같이 고정자 형태가 동일한 네 가지 전동기 모델을 만들었다. 역 공극 함수의 분석이 목적이므로 가정 2를 만족시키는 1턴의 풀 피치 집중권을 사용하였다. 해당 권선의 전기각 한주기 기준의 권선도는 그림 B-1에서 찾아볼 수 있다. 그림 상의 슬롯에 표시된 $+/-$ 기호는 코일단(Coil end)이 감긴 방향을 나타낸다. 슬롯 효과를 줄이기 위하여 슬롯 오프닝(Slot opening)의 크기는 매우 작게 두었으며, 고정자의 포화를 배제하기 위하여 고정자 철심의 물질은 비투자율이 매우 큰($\mu_r \geq 10^6$) 이상적인 물질을 사용하다. 빠른 해석을 위하여 고정자를 매우 얇게 하여서 모델의 크기를 줄였다.



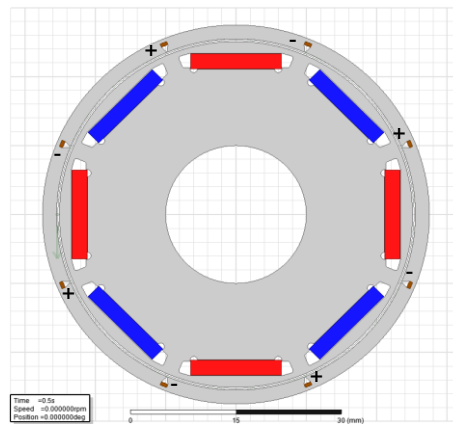
(가) 정현 공극의 회전자



(나) 돌극형 회전자



(다) 축방향 성층형 회전자



(라) 영구자석 매입 회전자

그림 3-13. 역 공극 함수 분석을 위한 전동기 모델

회전자는 모두 8극이지만 각기 다른 형태를 가진다. 그림 3-13(가)는 회전자 표면에 굴곡을 만들어서 물리적인 공극의 길이가 ϕ_m 에 따라 정현적으로 분포되게 한 것이다. 이 구조는 3.2.1항에서 다룬 이상적인 정현 공극 분포를 구현하기 위하여 만들었다. 그림 3-13(나)는 참고 문헌 [27]-[29]에서 분석한 WRSM에서 자주 사용되는 돌극형 회전자의 특성을 알아보기 위하여 만들었다. 그림 3-13(다)는 참고 문헌 [35]-[40]에서 다룬 SynRM의 특성을 알아보기 위해 축방향 성층형 릴럭턴스 전동기(Axially laminated synchronous reluctance motor)의 회전자를 구현한 것이다. 그림 3-13(라)는 IPMSM의 특성을 알아보기 위하여 그림 2-1에서 소개한 시험용 전동기의 회전자를 가져온 것이다.

권선 함수 이론이 적용 가능하다고 가정하면, 식 (3.18)의 공극 기자력을 식 (3.8)에 대입하면 다음의 식을 유도할 수 있다.

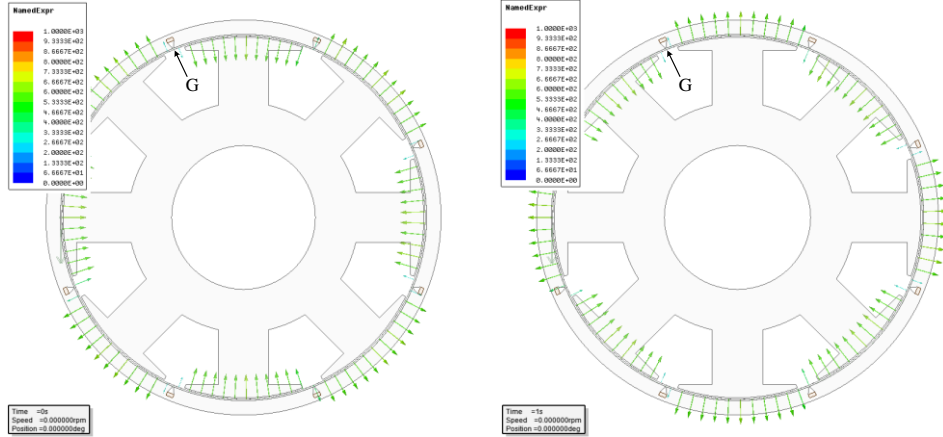
$$g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r) = \frac{H_r(\phi_m, \theta_r)}{N_m(\phi_m)i}. \quad (3.67)$$

식 (3.67)를 전류의 변화 Δi 에 따른 자기장의 변화 ΔH_r 에 대하여 표현하면 다음과 같다.

$$g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r) = \frac{1}{N_m(\phi_m)} \frac{\Delta H_r(\phi_m, \theta_r)}{\Delta i}. \quad (3.68)$$

전류에 의한 기전력으로 회전자 내부의 포화도가 바뀌는 것을 막기 위하여 Δi 는 적당히 작은 값을 사용하는데, 여기서는 1A를 사용하였다. 식 (3.68)을 통해서 역 공극 함수를 얻을 수 있다.

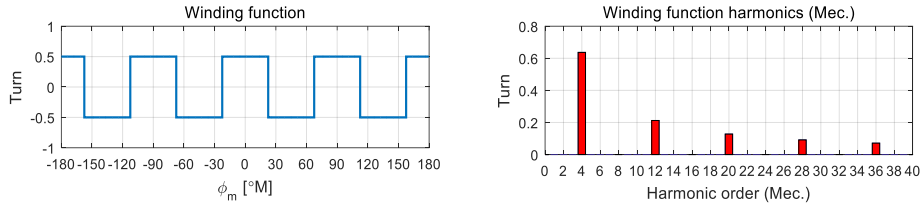
그림 3-14는 역 공극 함수 추출 과정을 나타낸다. 우선 권선에 음의 전류 -0.5A가 흐르는 조건에서 공극 내에 정의한 원주 G 상에 ϕ_m 에 따른 자기장 H_r 을 추출한다. 이후 권선에 양의 전류 0.5A를 흘려주면서 같은 작업을 반복한다. 그림 3-14는 양과 음의 전류에 따른 공극의 H_r 벡터를 나타낸다. 두 조건에서 Δi 는 1A이므로, 식 (3.68)에 따라 H_r 의 변화를 권선 함수로 나눠주면 역 공극 함수를 얻을 수 있다. 해당 권선 함수는 전기각으로는 그림 B-2와 같고 기계각으로는 그림 3-15와 같다.



(가) 음의 전류 인가($i_{test} = -0.5A$)

(나) 양의 전류 인가($i_{test} = 0.5A$)

그림 3-14. 역 공극 함수 추출 과정



(가) 권선 함수

(나) 고조파 계수

그림 3-15. 그림 3-13의 전동기 모델의 권선 함수와 고조파 특성

3.3.1.2 일체형 철심의 회전자를 가지는 전동기의 역 공극 함수

회전자가 하나의 철심으로 이루어진 그림 3-13(가)-(나)의 전동기를 대상으로 역 공극 함수를 분석하였다. 이 경우 회전자는 이상적인 철심으로 볼 수 있기 때문에 철심과 공극을 지나는 자속 경로에서 기자력의 강하는 공극에서만 일어나는 것이 자명하다. 또한 공극은 회전자 위치를 기준으로 대칭으로 분포되어 있으므로 식 (3.36)이 성립한다고 할 수 있다. 즉 이 경우에는 권선 함수 이론의 전제 조건인 식 (3.26)과 (3.28)이 모두 성립하므로 권선 함수 이론이 적용 가능하며, 앞서 설명한 방법으로 역 공극 함수를 정확하게 얻을 수 있다.

그림 3-16은 그림 3-13(가)의 정현 공극 회전자에 따른 역 공극 함수를 보여준다. 그림 3-16(가)에서 슬롯 위치에 역 공극 함수가 튀는 것 처럼 보이는 것은 슬롯 효과에 의한 것으로, 이 성분은 식 (3.66)에서 고정자에 의한 성분인 $g_s(\phi_e)$ 에 해당된다. 이 성분을 제외한 나머지

성분은 식 (3.66)에서 회전자에 의한 성분인 $g_r(\phi_e - \theta_r)$ 에 해당된다. 이 성분은 회전자 위치에 동기되어 평행이동을 하는 것을 확인할 수 있다.

ϕ_m 과 θ_r 에 대한 이변수 함수인 역 공극 함수의 일반적인 푸리에 급수 표현은 다음과 같다.

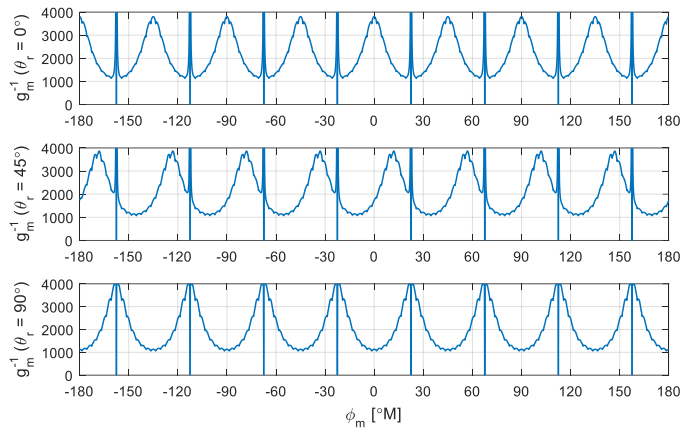
$$g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(m, n) \cos(m\phi_m + n\theta_r + \rho(m, n)). \quad (3.69)$$

그림 3-16(가)의 역 공극 함수를 2차원 FFT를 통하여 변환하면 고조파 차수 m 과 n 에 대한 2차원 푸리에 변환(Two-dimensional Fourier transform)을 얻을 수 있다. 그림 3-16(다)는 역 공극 함수의 2차원 푸리에 변환의 크기 및 위상을 m 과 n 에 따라 나타낸 것이다. 푸리에 변환의 크기는 식 (3.69)의 $G(m, n)$ 를 의미하며 위상은 $\rho(m, n)$ 를 의미한다. 이 그림을 통해 고조파 계수는 아래 조건을 만족하는 차수에서만 유효한 값을 가지고 있는 것을 확인할 수 있다.

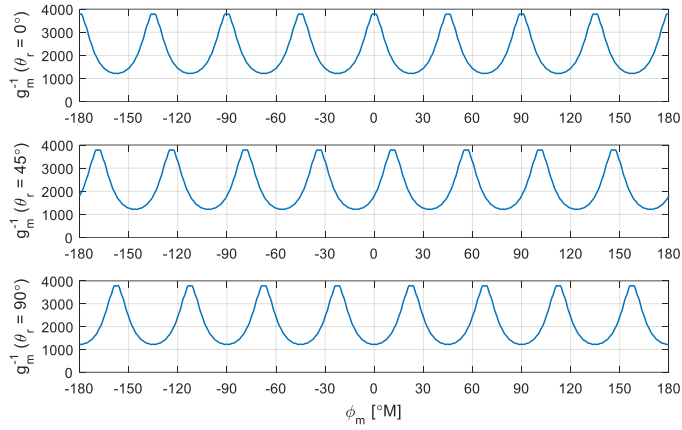
$$m = -4n. \quad (3.70)$$

또한 식 (3.70)을 만족하는 차수에서의 위상은 모두 0이다. 이를 통하여 역 공극 함수가 (3.36)의 형태로 표현될 수 있음을 다시 한번 확인할 수 있다. 고조파 스펙트럼에서 식 (3.70)을 만족하는 성분만 추출하여서 역 고속 푸리에 변환(Inverse Fast Fourier Transform: IFFT)을 하면 그림 3-16(나)와 같다. 그림 3-16(나)는 그림 3-16(가)에서 보이던 슬롯 효과가 제거된 것으로 볼 수 있다.

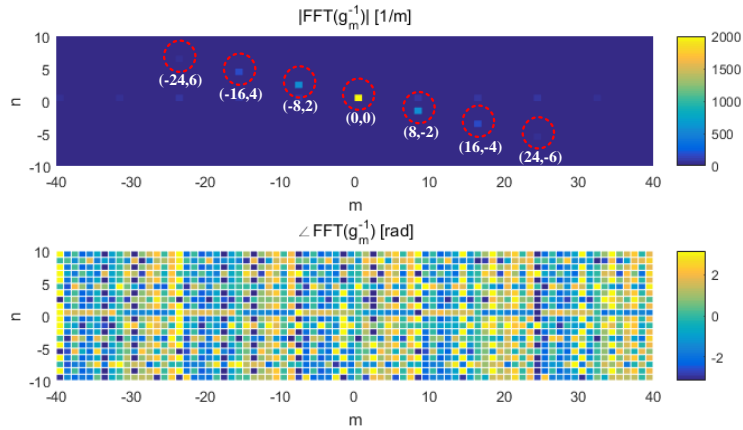
그림 3-17은 그림 3-13(나)의 돌극 회전자의 역 공극 함수를 보여준다. 이 경우에도 마찬가지로 역 공극 함수가 회전자에 동기되어 있으며, (3.70)을 만족하는 차수에서만 고조파 계수가 존재함을 알 수 있다.



(가) 역 공극 함수 (단위: 1/m)

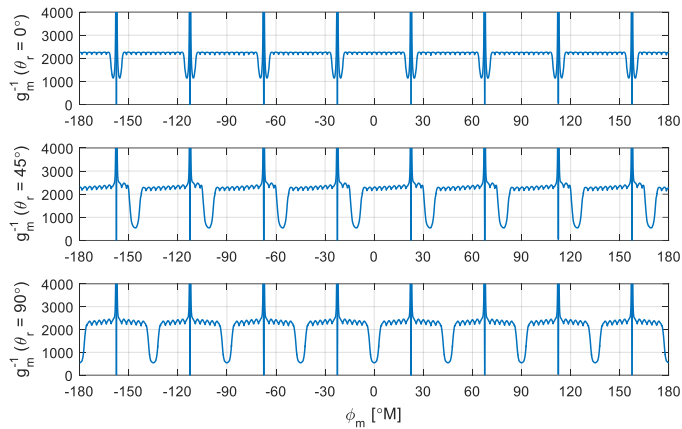


(나) 슬롯 효과가 제거된 역 공극 함수 (단위: 1/m)

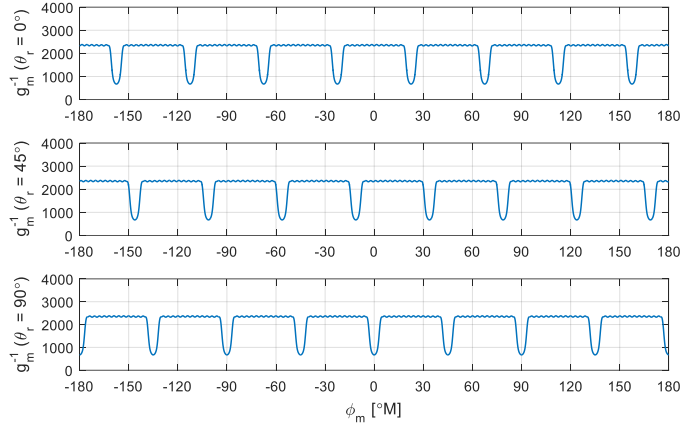


(다) 역 공극 함수의 2차원 푸리에 변환

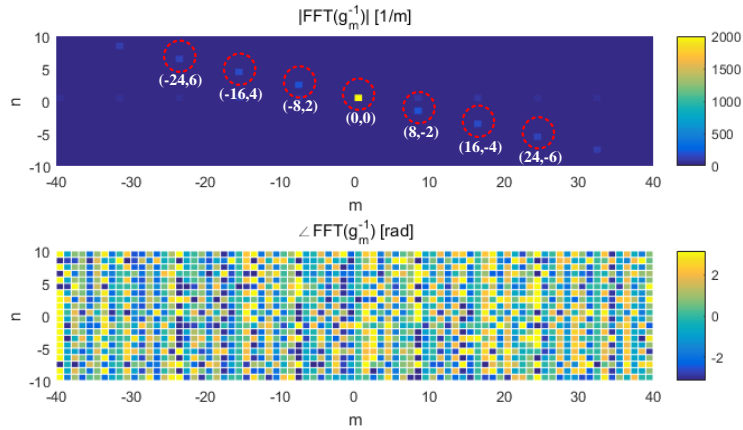
그림 3-16. 정현 공극 회전자의 역 공극 함수 특성



(가) 역 공극 함수 (단위: 1/m)



(나) 슬롯 효과가 제거된 역 공극 함수 (단위: 1/m)



(다) 역 공극 함수의 2차원 푸리에 변환

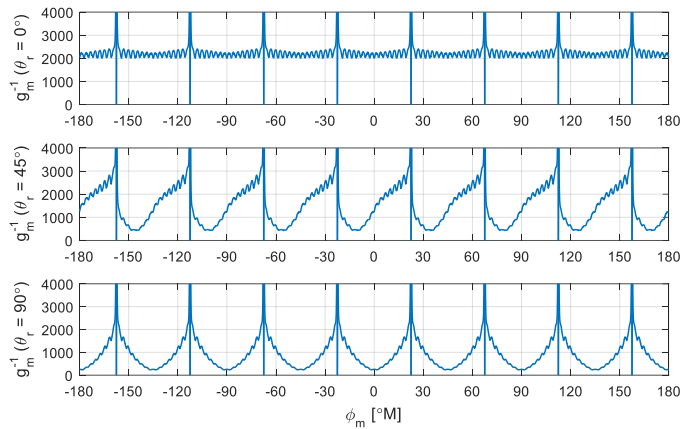
그림 3-17. 돌극형 회전자에 역 공극 함수 특성

3.3.1.3 복잡한 회전자 구조를 가지는 전동기의 역 공극 함수

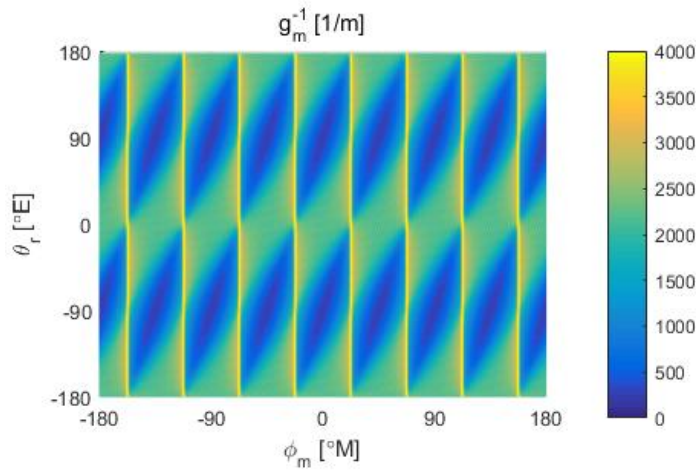
다음으로 회전자의 형태가 상대적으로 더 복잡한 그림 3-13(다)-(라)의 전동기를 대상으로 역 공극 함수를 분석하였다. 그림 3-13(다)의 축방향 성층형 회전자와 같이 회전자가 복잡한 구조이거나 그림 3-13(라)와 같이 영구자석이 매입되어 있어서 무부하 상태에서도 회전자가 부분적으로 포화되어 있는 경우에는 회전자 내부에서의 기자력 강하를 고려하여야 하기 때문에 역 공극 함수의 형태를 직관적으로 알기 어렵다. 즉 역 공극 함수가 식 (3.28)의 형태로 표현되는지 여부를 알 수 없기 때문에 기전력 수식 (3.32)가 성립하는지 여부 또한 알 수 없다.

다만 대부분의 기존의 연구에서 가정한 역 공극 함수의 형태인 식 (3.36)이 그림 3-13(다)-(라)의 전동기에는 적용되지 않음을 귀류적으로 증명할 수는 있다. 역 공극 함수가 식 (3.36)의 형태로 표현된다고 가정하고 식 (3.68)을 통하여 역 공극 함수를 추출하였을 때, 그 형태가 식 (3.36)으로 표현되지 않는다면 역 공극 함수가 식 (3.36)으로 표현되지 않는다는 명제에 대한 증명이 된다.

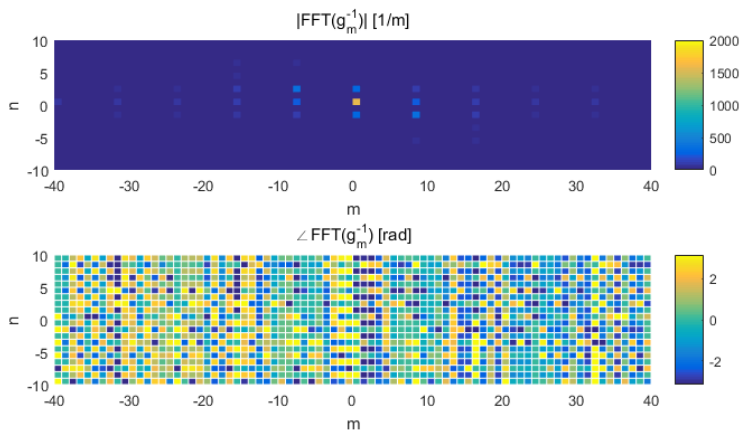
그림 3-18과 그림 3-19는 각각 그림 3-13의 (다)와 (라)의 대상 전동기의 역 공극 함수를 위에서 설명한 방식으로 계산한 것이다. 그림 3-16과 그림 3-17에서 역 공극 함수의 분포가 회전자에 동기된 것과는 달리, 그림 3-18과 그림 3-19에서는 회전자의 이동에 따라 역 공극 함수의 분포가 변하는 것을 볼 수 있다. 이러한 특성으로 인하여 역 공극 함수의 푸리에 변환에는 식 (3.70)을 만족하는 성분 뿐만 아니라 그 외의 여러 고조파 차수에서도 유효한 값을 가지게 되는 것을 확인할 수 있다. 따라서 그림 3-13(다)-(라)와 같은 구조의 전동기에서 역 공극 함수는 식 (3.36)으로 표현되지 않는다는 것을 알 수 있다.



(가) 2차원으로 도시한 역 공극 함수 (단위: 1/m)

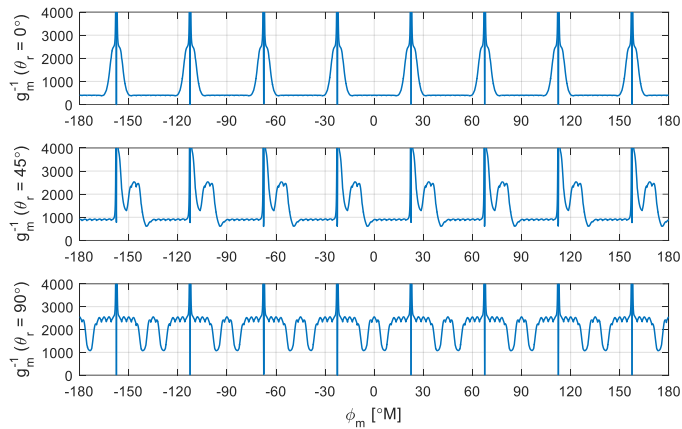


(나) 3차원으로 도시한 역 공극 함수

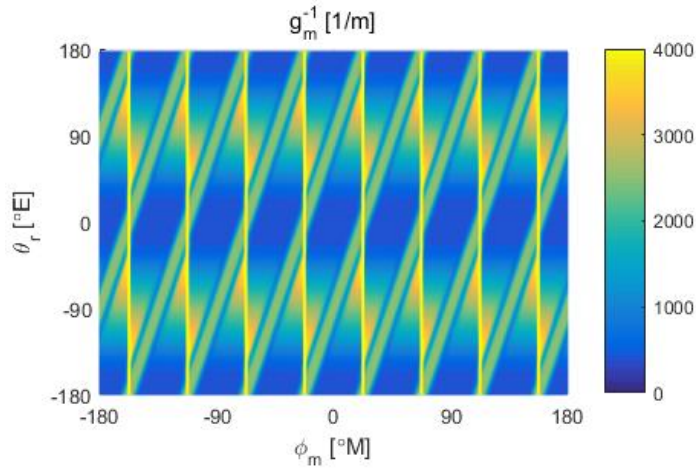


(다) 역 공극 함수의 2차원 푸리에 변환

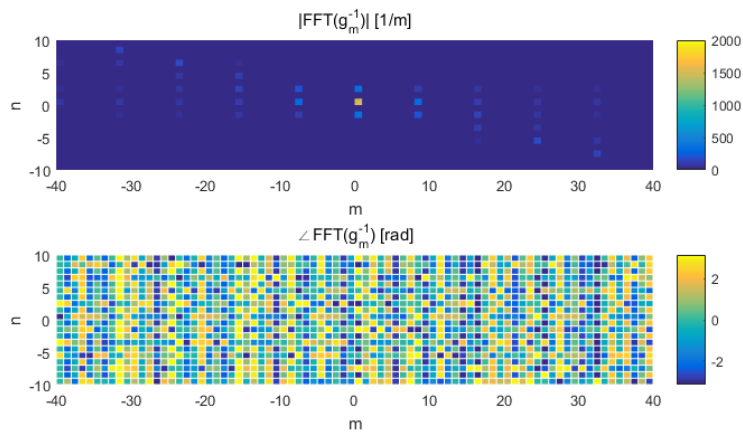
그림 3-18. 축방향 성층형 회전자의 역 공극 함수 특성



(가) 2차원으로 도시한 역 공극 함수 (단위: 1/m)



(나) 3차원으로 도시한 역 공극 함수



(다) 역 공극 함수의 2차원 푸리에 변환

그림 3-19. 영구자석 매입 회전자의 역 공극 함수 특성

이처럼 일체형 철심(Uni-body core)의 간단한 구조의 회전자를 가지고 있는 경우를 제외한 수 많은 전동기 종류에서는 식 (3.36)이 성립하지 않는다. 참고 문헌 [27]-[36], [41]에서는 일체형 철심의 회전자에 대해 역 공극 함수를 식 (3.36)의 형태로 옳게 모델링하였다고 할 수 있다. 하지만 회전자 내부에 자속 장벽이 있는 릴럭턴스 전동기(Reluctance Motor: RM)[37]-[40]나 IPMSM[43]-[48]에 대해서 식 (3.36)의 형태를 가지는 역 공극 함수를 사용할 수 없다. 따라서 그림 3-9(나)와 그림 3-10(나)와 같이 SynRM과 IPMSM을 일체형 철심을 가지는 회전자는 등가화 하는 것은 근본적으로 불가능하다.

참고 문헌 [42]에서 다른 Inset PM Motor는 회전자 구조가 돌극형 회전자를 가지는 RM[34]-[36]의 것과 비슷하다. 따라서 퍼미언스 함수는 사실상 그림 3-8와 같은 형태이므로 식 (3.36)이 성립한다고 할 수 있지만, 이를 IPMSM에 까지 확장하여 적용할 수는 없다. 참고 문헌 [48]에서는 타 기존의 연구와는 달리 회전자 위치에 따라서 분포가 변하는 역 공극 함수를 고려하였다. 하지만 대상 전동기가 14P18S의 비대칭 전동기이기 때문에 가정 1을 만족시키지 못하기 때문에 권선 함수 이론을 적용할 수 없다. 그렇기 때문에 참고 문헌 [48]에서 인덕턴스를 계산하기 식 (3.42)을 사용한 것은 잘못된 것이다.

3.3.2 분수 슬롯 집중권에서의 권선 함수 이론

참고 문헌 [46]과 [47]-[48]에서는 분수 슬롯 집중권(FSCW)에 해당하는 6P9S, 14P18S IPMSM을 대상으로 권선 함수 이론을 적용 하였다. 앞서 언급하였듯이 14P18S 전동기는 비대칭이라서 가정 1을 만족시키지 못한다. 6P9S 전동기는 대칭이라서 가정 1은 만족시키지만 권선 함수가 반파 대칭이 아니라서 가정 2를 만족시키지 못한다. 그렇기 때문에 6P9S, 14P18S 전동기에서는 식 (3.23)의 $K_e(\theta_r)$ 을 간단한 상수로 유도할 수 없으며 공극 기자력은 ϕ_m 과 θ_r 에 대한 이변수 함수로 표현되게 된다. 따라서 식 (3.18)의 기자력 표현을 사용할 수 없다.

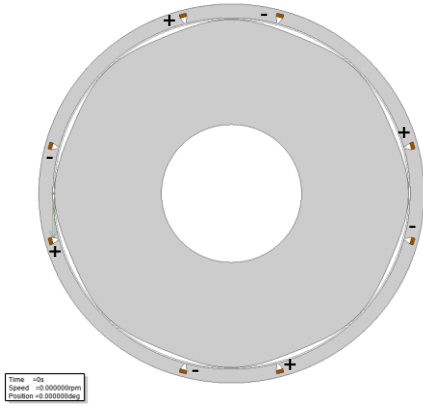
일반적으로 FSCW를 가지는 전동기에서 $K_e(\theta_r)$ 의 해는 매우 복잡하지만, 6P9S와 같이 SPP=0.5를 만족시키는 경우에는 $K_e(\theta_r)$ 가 비교적 간단하게 구해진다. 이 절에서는 SPP=0.5를 만족시키는 전동기에서의 실제 공극 기자력을 계산하여서 식 (3.18)으로 표현된 기자력과 어떻게 다른지 보여주고자 한다.

그림 3-20은 FSCW의 특성을 분석할 목적으로 만들어진 전동기 모델이다. 권선에 의한 영향을 분석하는 것이 목적이므로, 식 (3.36)의 이상적인 역 공극 함수가 적용되는 그림 3-13(가)와 (나)의 회전자를 사용하였다. 고정자에는 코일 피치(Coil pitch)가 120°E인 8P12S 권선에서 한 상의 권선만 감겨져 있다. 그림 3-21은 8P12S 전동기의 권선 함수 특성을 나타낸다. 이 권선은 그림 B-4(가)에 표시된 2P3S 권선을 8극에 대해 확장한 것과 같다.

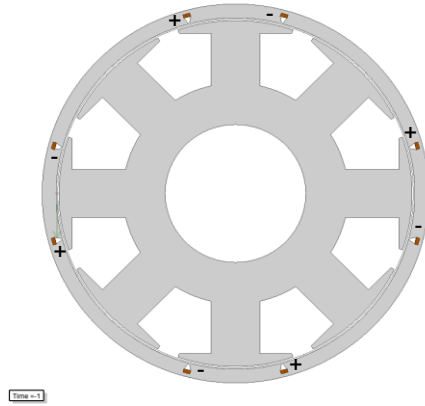
FSCW에서는 전기각 기준으로 반파 대칭을 의미하는 식 (3.25)가 성립될 수 없으므로, 권선 함수는 식 (3.26)과는 달리 짝수 고조파를 가지게 된다. 부록의 식 (B.1), (B.3)을 응용해서 8P12S 권선의 권선 함수를 구하면 다음과 같다.

$$N_a(\phi_e) = \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{\sin 60^\circ h}{h} \cos 4h\phi_m. \quad (3.71)$$

그림 3-20의 전동기 모델에서 역 공극 함수는 식 (3.36)의 형태로 표현된다. 식 (3.36)을 기계각에 대하여 표현하면 다음과 같다.

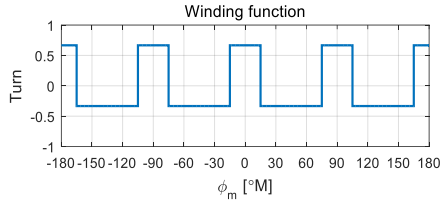


(가) 정현 공극 회전자

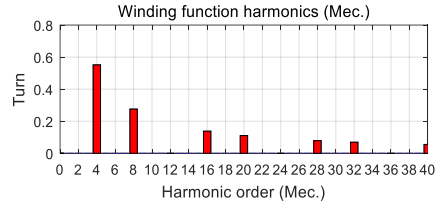


(나) 돌극형 회전자

그림 3-20. 분수 슬롯 집중권에서 공극 기자력 분석을 위한 전동기 모델



(가) 권선 함수



(나) 고조파 계수

그림 3-21. 8P12S 전동기의 권선 함수 특성

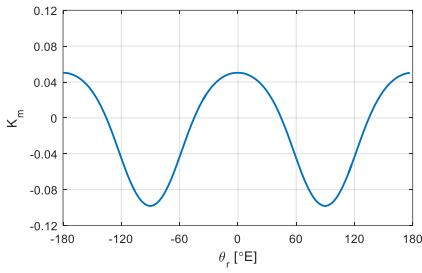
$$g_e^{-1}(\phi_e, \theta_r) = g_0^{-1} + \sum_{h=2,4,6,\dots}^{\infty} g_h^{-1} \cos h(4\phi_m - \theta_r). \quad (3.72)$$

식 (3.71)-(3.72)를 이용하여 공극 기자력에 대한 일반 식 (3.16)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

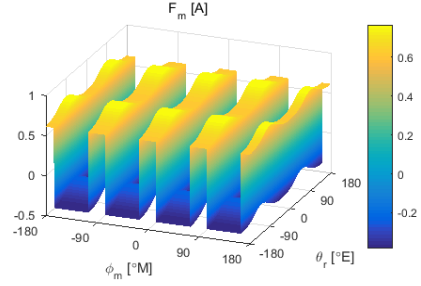
$$F_m(\phi_m, \theta_r) = \{n_m(\phi_m) - K_m(\theta_r)\}i. \quad (3.73)$$

여기서 $K_m(\theta_r)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_m(\theta_r) &\triangleq \frac{\int_0^{2\pi} n_m(\phi_m) g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m}{\int_0^{2\pi} g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m} \\ &= \frac{\int_0^{2\pi} \left\{ \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{\sin 60^\circ h}{h} \cos 4h\phi_m \right\} \left\{ g_0^{-1} + \sum_{h=2,4,6,\dots}^{\infty} g_h^{-1} \cos h(4\phi_m - \theta_r) \right\} d\phi_m}{g_0^{-1}} \quad (3.74) \\ &= \frac{2}{g_0^{-1}} \sum_{h=2,4,6,\dots}^{\infty} g_h^{-1} \frac{\sin 60^\circ h}{h} \cos h\theta_r \end{aligned}$$

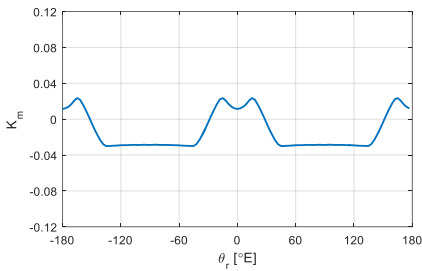


(가) θ_r 에 따른 K_m

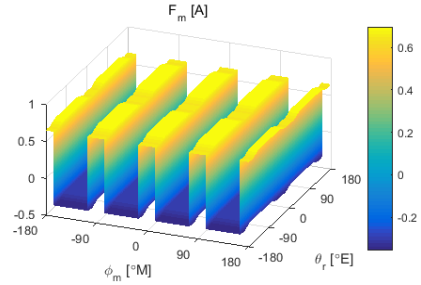


(나) ϕ_m 과 θ_r 에 따른 공극 기자력

그림 3-22. 그림 3-20(가) 전동기의 공극 기자력



(가) θ_r 에 따른 K_m



(나) ϕ_m 과 θ_r 에 따른 공극 기자력

그림 3-23. 그림 3-20(나) 전동기의 공극 기자력

주목할 점은 식 (3.31)의 $K_m(\theta_r)$ 에서는 θ_r 성분이 소거가 된 반면 식 (3.74)에서 $K_m(\theta_r)$ 은 θ_r 에 대한 함수로 표현된다는 것이다. 따라서 식 (3.73)으로 표현되는 공극 기자력은 고정자 권선에 의해서만 결정되는 것이 아니라 회전자 위치에 따라서도 변하게 된다.

그림 3-22와 그림 3-23은 두 전동기 모델에서 $K_m(\theta_r)$ 과 공극 기자력을 나타낸다. $K_m(\theta_r)$ 을 얻기 위해 3.3.1.2에서 FEA를 통해 구한 $g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r)$ 과 그림 3-21의 권선 함수를 바탕으로 식 (3.15)의 적분을 수치적으로 수행하였다. 공극 기자력 3차원 그래프를 보면 기자력 수치가 θ_r 에 따라서도 상당히 변화하는 것을 볼 수 있다.

이처럼 공극 기자력이 ϕ_m 뿐만 아니라 θ_r 에 따라서도 변한다는 사실은 기자력이 권선 함수와 전류의 단순 곱으로 표현된다는 식 (3.18)에 부합하지 않는다. 따라서 식 (3.18)을 바탕으로 유도된 인덕턴스 식 (3.41)-(3.42)를 이 경우 사용할 수 없게 된다. 식 (3.73)-(3.74)는 SPP=0.5를 만족하는 전동기에 대해서만 성립하지만, 일반적인 형태의 역 공극 함수와 임의의 FSCW를 조합하여도 식 (3.74)와 같이 K_m 에서 θ_r 이

소거되지 않는다는 것을 알 수 있다. 따라서 가정 1과 2를 만족시키지 못하는 대부분의 FSCW 전동기에서도 일반적으로 적용될 수 있는 이론이 필요하다.

제 4장 제안된 방법

3.3절에서 논의하였듯이 대부분의 기존 연구에서[27]-[47] 사용한 식 (3.36)과 같은 형태의 역 공극 함수는 일반적인 IPMSM에 대하여 적용할 수 없다. 또한 대부분의 FSCW 전동기에서는 권선 함수의 이론의 기본 가정이 성립하지 않기 때문에 권선 함수 이론을 적용할수조차 없다. 이러한 문제 인식을 바탕으로 본 논문에서는 일반적인 IPMSM의 회전자 형상에 따른 자기적인 특성을 분석한 후, IPMSM의 회전자에 의한 돌극성을 가장 잘 표현할 수 있는 회전자 특성 맵의 형태를 제안한다. 제안된 회전자 특성 맵은 기존의 연구에서 사용된 역 공극 함수 및 퍼미언스 함수에 비하여 더 복잡한 형태를 지니지만, 기존의 방법으로 설명되지 못하던 IPMSM의 자기적인 현상을 잘 설명할 수 있다. 이를 바탕으로 전동기의 인덕턴스를 정확하게 계산할 수 있다.

제안된 방법은 어떠한 극/슬롯의 조합의 IPMSM에도 일반적으로 적용할 수 있다. 따라서 제안된 방법을 통하여 IPMSM의 극/슬롯 조합에 따른 인덕턴스 특성을 일반화 할 수 있으며, 이를 IPMSM의 극/슬롯 조합 선정 시 가이드라인 (Guideline)으로 활용할 수 있다. 이에 더 나아가서 제안된 방법을 고정자 슬롯수에 따른 회전자 형상 설계의 최적화에 활용할 수 있다. 또한 제안된 방법은 절대각 센서리스 전동기[24]-[26]의 설계 및 모델링에도 활용될 수 있다.

4.1 매입형 영구자석 동기 전동기의 공극 자계 분포 특성

이 절에서는 IPMSM에서 나타나는 특징적인 자기적 현상을 분석한다.

4.1.1 전기각 vs 기계각 기준 해석

그림 4-1은 그림 2-1의 8P12S 시험용 전동기를 다시 나타낸 것이다. 이 전동기는 식 (3.21)을 만족시키며 권선 함수의 주기가 회전자의 극 피치와 같다. 즉 그림 4-1의 각 상별로 4개의 코일에서 보이는 회전자 자극의 상대적인 위치는 모두 동일하다. 이러한 구조적인 대칭성에 의해 전동기를 ϕ_m 기준으로 $90^\circ M$ 씩 네 부분으로 나누면 각 부분에서의 전자기적인 작용이 서로 완벽히 일치하게 된다. 이러한 전동기는 식 (3.21)을 만족하는 대칭 전동기이다. 통상적으로 이렇게 대칭성을 가지는 전동기의 FEA는 그림 4-1(나)와 같은 $1/p$ 축소 모델에 대해서 수행하고 계산된 쇄교 자속, 역기전력, 토크 등에는 p 를 곱하여 사용한다.

대칭의 다극 전동기에서는 각 코일들의 개별적인 자기적 결합 관계가 중요하지 않을 수 있다. 예를 들어 임의의 6극 회전자를 가지는 6P9S 전동기가 있을 때, A상 권선을 단위 전류로 여자함에 따른 공극의 자속 밀도 분포가 그림 4-2(가)와 같다고 하자. 한 코일 피치에 단위 전류당 0.1T의 자속밀도가 생성되면 L 의 인덕턴스를 가진 것으로 환산할 수 있다면 상 인덕턴스 행렬은 다음과 같이 표현된다.

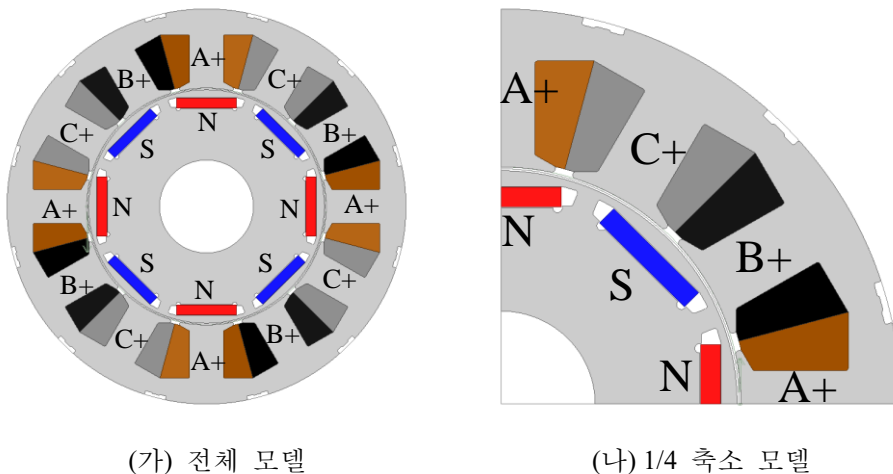


그림 4-1. 8P12S 시험용 전동기의 전체 모델과 축소 모델

$$\mathbf{L}_{abcs} = 9L \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

식 (4.1)의 상 인덕턴스 행렬과 식 (3.54)에 정의된 λ_{abcs} 와 \mathbf{i}_{abcs} 에 대하여 다음의 식이 성립한다.

$$\lambda_{abcs} = \mathbf{L}_{abcs} \cdot \mathbf{i}_{abcs}. \quad (4.2)$$

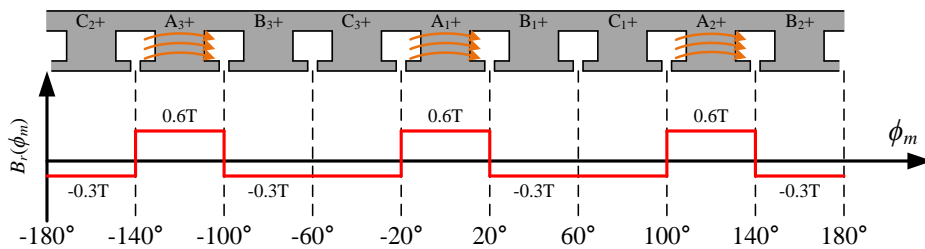
만약 회전자가 좋은 자속 통로로 작용하여서 9개의 코일이 모두 서로 자기적으로 동일하게 결합되어 있다면 A상의 개별 코일을 여자하여서 생기는 자속 밀도 분포는 그림 4-2(나)-(라)와 같을 것이다. 이 경우 코일 인덕턴스 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{L}_{coil} = L \begin{bmatrix} 8 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 8 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 8 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 8 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 8 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 8 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 8 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

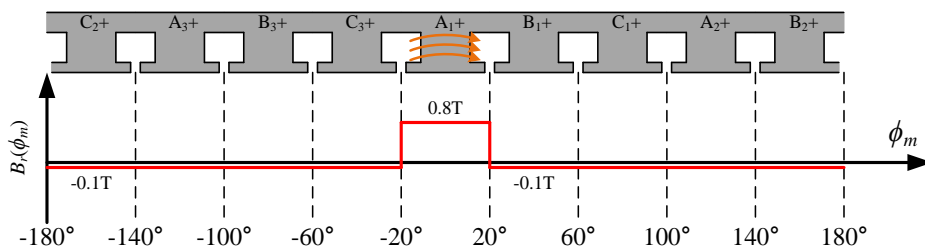
만약 서로 떨어진 코일 사이의 자속 통로가 확보되지 않아서 서로 인접한 코일끼리만 자기적으로 결합되어 있다면 A상의 개별 코일을 여자하여서 생기는 자속 밀도 분포는 그림 4-3(나)-(라)와 같을 것이다. 이 경우 코일 인덕턴스 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{L}_{coil} = 3L \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

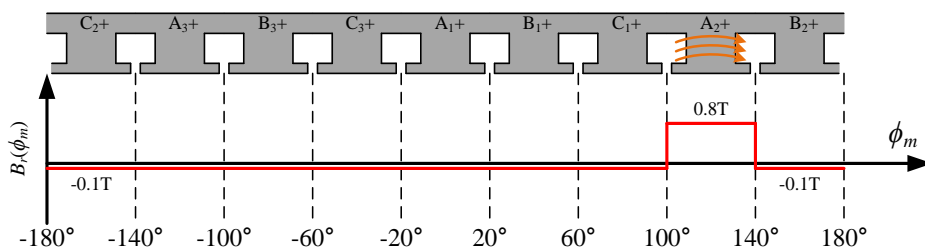
식 (4.3)과 (4.4)의 두 모델링 방식은 크게 다르지만 6P9S 권선에서의 상 인덕턴스는 식 (4.1)과 같이 하나로 결정되므로 어떤 방식을 사용하여도 전동기의 3상 단자에서 보이는 인덕턴스를 잘 설명할 수 있다.



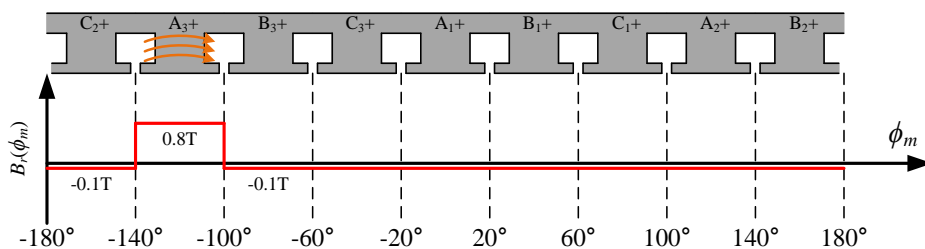
(가) 6P9S 권선의 A상 권선 여자



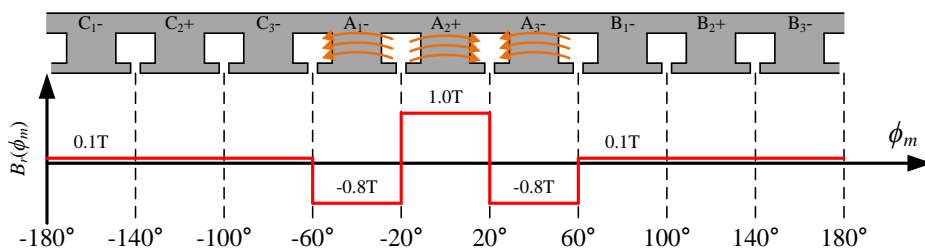
(나) 6P9S 권선의 A₁ 코일 여자



(다) 6P9S 권선의 A₂ 코일 여자

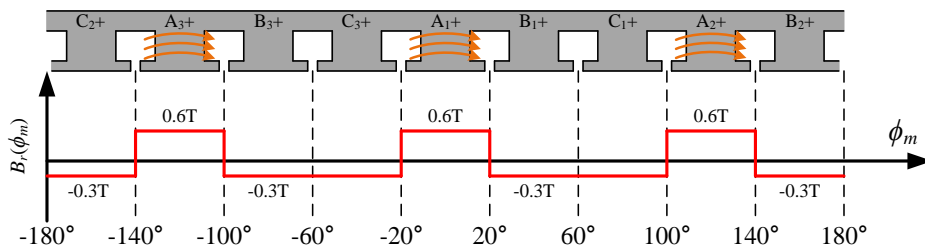


(라) 6P9S 권선의 A₃ 코일 여자

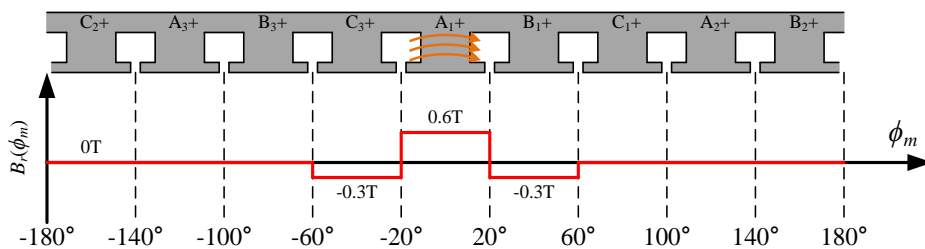


(마) 8P9S 권선의 A상 권선 여자

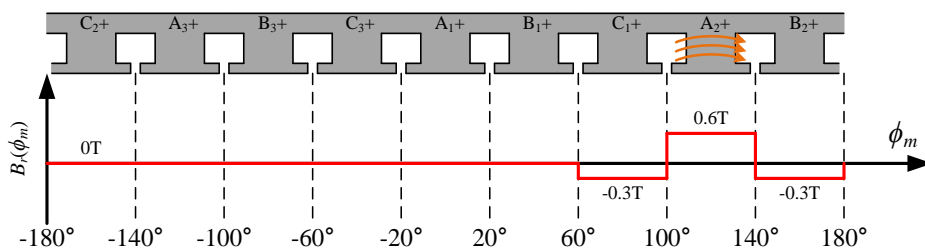
그림 4-2. 모든 코일이 자기적으로 결합된 경우의 자속 밀도 분포



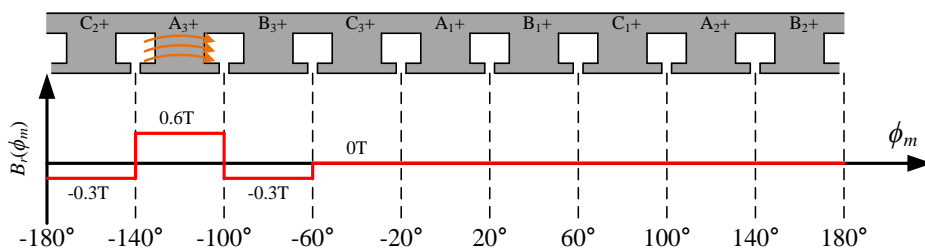
(가) 6P9S 권선의 A상 권선 여자



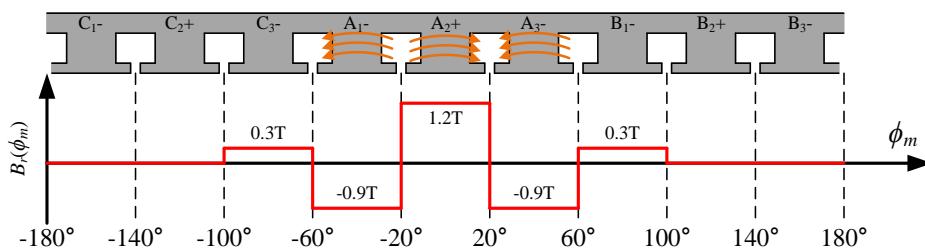
(나) 6P9S 권선의 A_1 코일 여자



(다) 6P9S 권선의 A_2 코일 여자



(라) 6P9S 권선의 A_3 코일 여자



(마) 8P9S 권선의 A상 권선 여자

그림 4-3. 인접한 코일만 자기적으로 결합된 경우의 자속 밀도 분포

하지만 FSCW 전동기[1]-[7], [47]-[48], 절대각 센서리스 전동기[24]-[26], 편심을 가지는 전동기[30]-[33], 턴이 단락된(Inter-turn fault)[46], [41] 전동기 등은 공극에서의 모든 전자기적인 작용이 ϕ_m 의 한 주기인 $360^\circ M$ 단위로 나타나므로 전동기의 정확한 해석을 위해서는 각 코일간의 작용을 정확히 알아야 한다. 예를 들어 앞서 다룬 두 가지 개별 코일 인덕턴스 모델링은 6P9S 권선에서는 동일한 상 인덕턴스를 형성하지만, FSCW에 해당되는 8P9S 권선에 적용하면 그림 4-2(마)와 그림 4-3(마)와 같이 자속 분포가 서로 달라진다. 그림 4-2(마)와 그림 4-3(마)에 해당하는 상 인덕턴스 또한 다음과 같이 서로 달라진다.

$$\mathbf{L}_{abc} = L \begin{bmatrix} 26 & -1 & -1 \\ -1 & 26 & -1 \\ -1 & -1 & 26 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

$$\mathbf{L}_{abc} = 3L \begin{bmatrix} 10 & -1 & -1 \\ -1 & 10 & -1 \\ -1 & -1 & 10 \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

따라서 비대칭 전동기를 포함하여 일반적인 전동기의 정확한 분석을 위해서는 개별 코일의 여자에 따른 실제 자속 분포가 공극의 기계적 한 주기에서 어떻게 나타나는지 파악해야 한다.

4.1.2 단일 코일에 의한 공극 자계 분포

제 3장에서 다룬 대부분의 기존 연구에서[27]-[47] 사용된 역 공극 함수 및 퍼미언스 함수는 식 (3.36)과 같은 일반 형태로 표현된다. 이 함수는 표면적으로 이변수 함수이지만 ϕ_m 기준으로 함수의 분포가 회전자에 동기되었기 때문에 일변수 함수의 형태로 표현이 되는 특성이 있었다. 또한 모든 상 권선 및 코일에서 단 하나의 역 공극 함수를 공유한다고 가정하였다.

기존 연구에서의 가정에 따르면 단일 코일에 의한 공극 자속 분포가 어떻게 되는지 알아보기 위하여 그림 3-13(가)-(나)의 모델에서 하나의 코일만을 고려하여 기존의 권선 함수 이론을 적용해보았다. 그림 4-4는 언급한 조건에서 공극 자속 밀도가 어떻게 형성되는지를 나타낸다. 3.3.1.2절에서 언급하였듯이 이 두 모델에서는 회전자가 일체형 철심으로

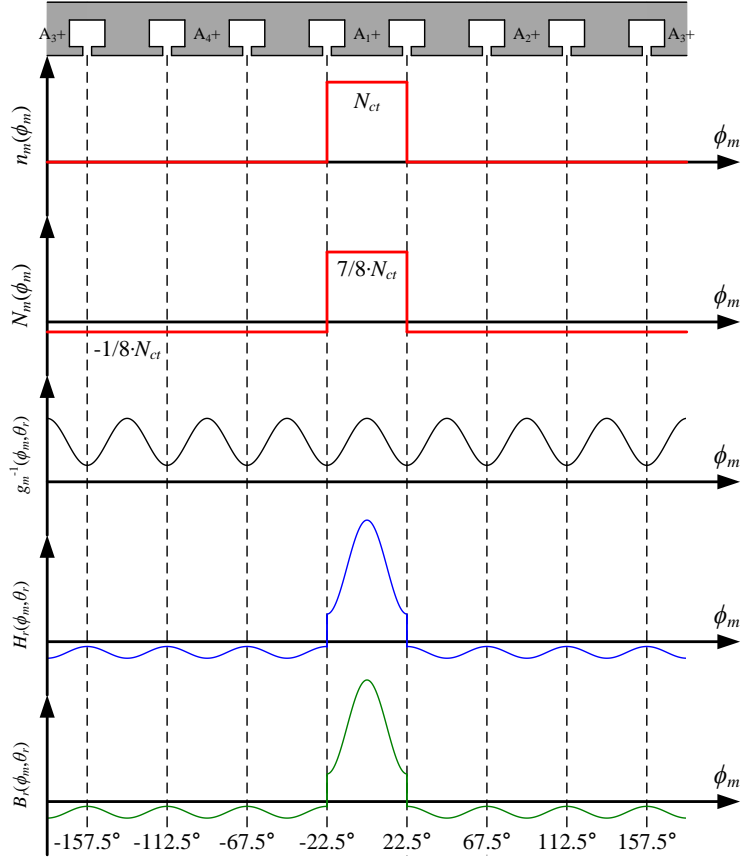


그림 4-4. 이상적인 역 공극 함수와 단일 코일 여자에 따른 공극 자속 분포

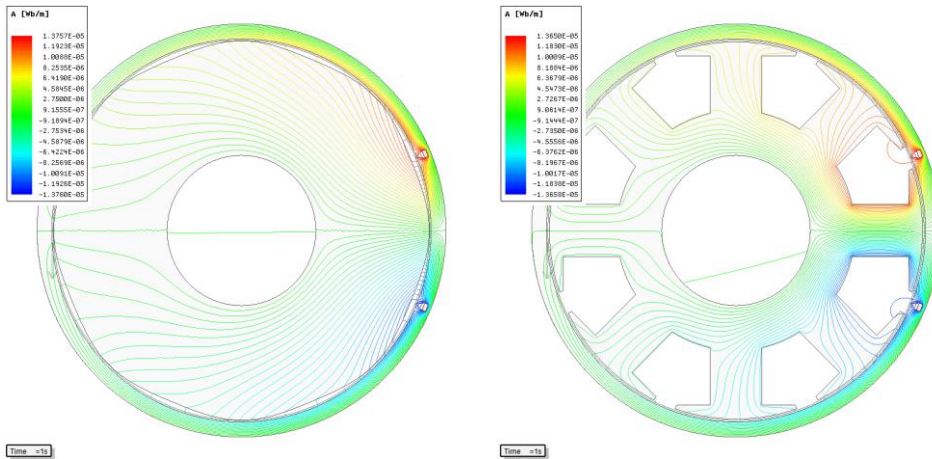
이루어져있기 때문에 역 공극 함수는 식 (3.36)의 이상적인 형태로 표현된다. 그림 4-4에서는 식 (3.48)에 따른 이상적인 역 공극 함수를 도시하였다. 하지만 단일 코일에 대한 권선함수는 식 (3.26)으로 표현되지 않으므로 권선 함수 이론을 적용하기 위해서는 추가의 수식 전개가 필요하다. 우선 역 공극 함수는 식 (3.72)의 형태로 표현되며 단일 코일에 의한 턴 함수는 식 (B.3)에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$n_m(\phi_m) = \frac{1}{8} + \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{\sin 22.5^\circ h}{h} \cos h\phi_m. \quad (4.7)$$

식 (3.72)의 역 공극 함수는 ϕ_m 기준으로 8의 배수 고조파만 가지고 있는 반면 식 (4.7)의 턴 함수는 8의 배수 고조파에서 계수가 영이 된다. 따라서 식 (3.72)와 (4.7)을 대입하여 식 (3.15)를 풀면 식 (3.17)과 같은 결과를 얻을 수 있다. 따라서 단일 코일에 대해서도 공극 기자력의 식 (3.18)을 사용할 수 있다. 그러므로 그림 4-4에서 실제 공극 기자력

분포는 권선 함수 N_m 과 같은 형태를 가진다. 식 (3.8)에 의하여 공극 자기장 H_r 은 역 공극 함수와 공극 기자력의 곱에 의하여 구할 수 있고, 공극 자속 밀도 B_r 은 H_r 에 공기중 투자율 μ_0 를 곱하여 얻을 수 있다. 이를 통해 기존의 권선 함수 이론에 근거하면 단일 코일에 의해 유기되는 공극 자기장은 코일 밖에서 일정하게 분포되는 것을 알 수 있다.

그림 4-5는 FEA를 통하여 실제 모델에서 단일 코일 여자에 의한 자속을 나타낸 것이다. 회전자는 이상적인 자속 통로로 작용하여서 여자된 코일에서 회전자로 들어온 자속을 바깥으로 일정하게 전달하는 역할을 한다. 그림 4-6은 그림 4-5의 두 모델에서 단일 코일 여자에 의한 공극 자계 분포를 여러 θ_r 에서 ϕ_m 에 따라 도시한 것이다. 실제 공극 자계 분포는 그림 4-4와 같은 양상을 보이는 것을 확인할 수 있다. 공극 자기장의 추출은 그림 3-14와 같이 단위 전류 변화에 대한 자기장의 차이를 계산하는 방식을 사용하였다.



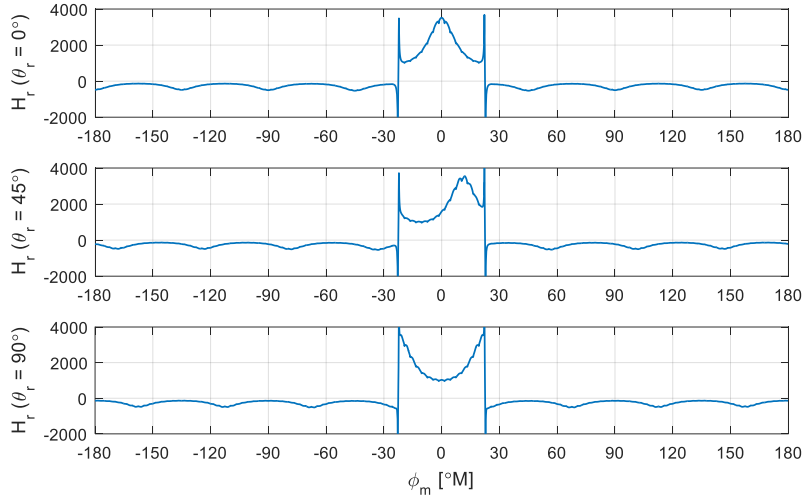
(가) 정현 공극 회전자

(나) 돌극형 회전자

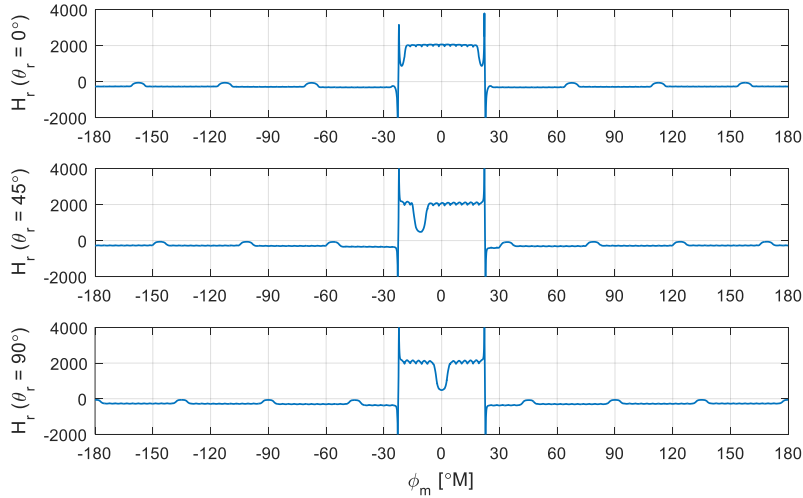
그림 4-5. 단일 코일 여자에 의한 자속 (일체형 철심 회전자)

또한 그림 4-6을 보면 코일 내부에 해당하는 자기장의 면적이 회전자 위치에 관계 없이 일정한 것을 볼 수 있다. 실제 해석 대상 전동기는 회전자 형상에 돌극성이 있지만 단일 코일에서는 쇄교되는 자속에 이 특성이 보이지 않는다는 뜻이다. 이는 코일 피치에 따른 코일의 쇄교 자속 특성으로, 그림 4-5와 같은 대칭의 일체형 회전자에 대해서는 코일

피치가 폴피치($\alpha=180^\circ$ E)에 가까울수록 회전자 돌극에 의한 영향이 상쇄되어서 회전자 위치와 관계 없이 인덕턴스가 일정해지는 경향이 있기 때문이다.



(가) 정현 공극 회전자 (단위: A/m)

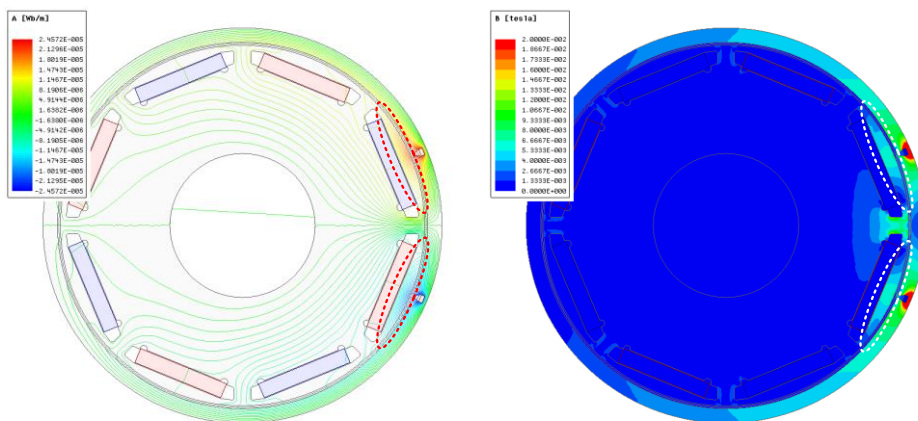


(나) 돌극형 회전자 (단위: A/m)

그림 4-6. 단일 코일 여자에 의한 공극 자계 분포 (일체형 철심 회전자)

이번에는 IPMSM을 분석하기 위하여 시험용 전동기의 회전자를 사용한 그림 3-13(다)에 대하여 같은 FEA를 수행하였다. 이 전동기는 회전자 내부에 있는 영구자석의 기자력에 의하여 코일의 여자 없이도 기본적으로 전동기 내부에 자속이 형성되어 있고 자속이 집중되는

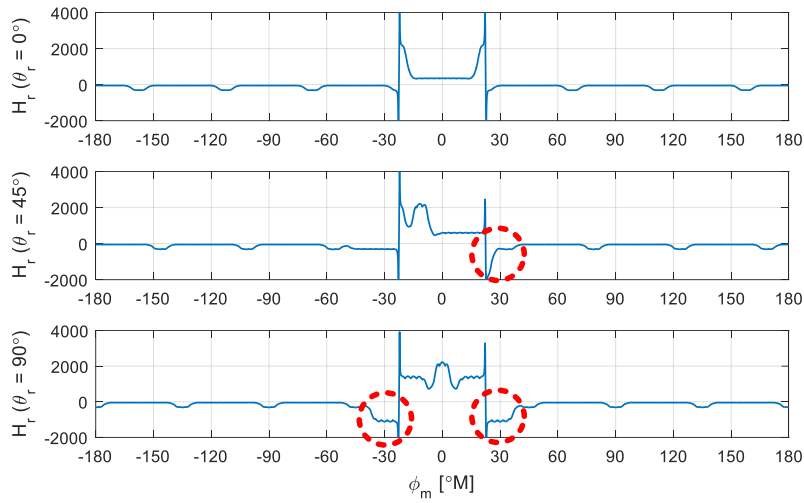
곳에는 회전자가 부분적으로 포화되어 있다. 이 조건에서 고정자 코일의 여자만에 의해 생성되는 자속의 분포를 영구자석에 의하여 형성되어 있던 자속의 분포와 분리하는 것은 쉽지 않다. 이처럼 비선형의 자성체가 존재하는 계에서 두개 이상의 기자력원(MMF source)이 존재할 때, 각 기자력원에 의한 영향을 분리하기 위해 고정 투자율법(Frozen Permeability: FP)[51]을 사용할 수 있다. 실제 전동기의 각 지점의 투자율은 운전 조건에 따라 변하지만, 고정 투자율법을 사용하면 전동기 각 지점의 투자율이 특정 운전 조건에서의 것으로 고정된 채로 해석이 수행된다. 그림 4-7은 회전자의 q축이 코일에 정렬(Align)된 상태에서 고정 투자율법을 사용하여 단일 코일 여자에 의한 자속과 자속 밀도 분포 도시한 것이다. 사용하는 FEA 소프트웨어인 Maxwell에서 제공하는 고정 투자율법에서는 정적 투자율을 기준으로 고정이 되기 때문에 본 논문에서 해석하려는 목적에는 정확히 맞지 않지만, 이를 통해 큰 경향성은 알 수 있다. 그림 4-5에서는 코일에서 회전자로 들어온 자속이 다시 공극으로 나가는 지점에서는 회전자의 표면에 고르게 분포되지만, 그림 4-7에서는 코일에서 회전자로 들어온 자속이 그림상에 표시한 코일과 인접한 회전자의 극편에만 집중되고 코일과 먼 극편에는 이르지 못하는 것을 볼 수 있다.



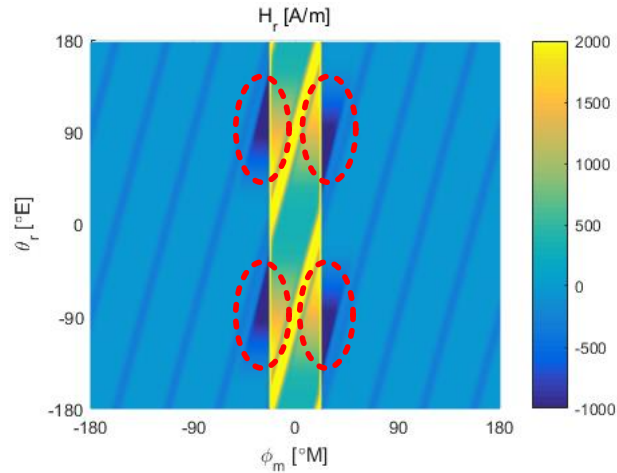
(가) 자속

(나) 자속 밀도

그림 4-7. 단일 코일 여자에 의한 자속 및 자속 밀도 (영구자석 매입 회전자)



(가) 2차원 그림 (단위: A/m)



(나) 3차원 그림

그림 4-8. 단일 코일에 여자에 의한 공극 자계 분포 (영구자석 패입 회전자)

그림 4-8은 공극 자계 분포를 나타낸 것이다. 여기서도 마찬가지로 여자된 코일의 내부와 인접한 공극에서만 자기장이 형성되며 코일과 먼 공극에는 자기장이 이르지 못하는 것을 확인할 수 있다.

이처럼 기존의 권선 함수 이론에 의하면 단일 코일에 의한 공극 자속 분포가 그림 4-2와 같이 코일 밖에 일정하게 분포된다고 해석되지만 실제의 분포는 그림 4-3과 같이 여자된 코일의 근처에서만 자속이 크게 분포하고 그 외에는 자속이 거의 미치지 못한다. 이러한 현상을 기존의 권선 함수 이론의 틀에서 이해하기 위하여 단일 코일에 대한 역 공극

함수를 계산해보았다. 식 (3.8)에 의해 그림 4-8의 자기장을 공극 기자력으로 나눠주면 단일 코일에 대한 역 공극 함수를 구할 수 있다. 공극 기자력을 얻기 위해서는 일반식 (3.16)에 포함된 $K_m(\theta_r)$ 의 값을 알아야 하는데, 역 공극 함수에 대한 정보가 전혀 없으면 식 (3.15)가 풀리지 않으므로 사용할 수 없다. 그래서 $K_m(\theta_r)$ 의 또 다른 식 (3.14)를 바탕으로 $\phi_m=0^\circ$ 에서의 공극 기자력을 FEA를 통해 수치적으로 직접 계산한 후 전류로 나누어서 $K_m(\theta_r)$ 을 구하였다. 이 방식은 회전자 위치가 바뀔 때마다 $K_m(\theta_r)$ 을 일일이 계산해주어야 하는 번거로움이 있어서 $\theta_r = 0^\circ, 90^\circ$ 의 경우에 대해서만 역 공극 함수를 계산하였다. 그림 4-9는 이런 방식으로 계산한 단일 코일에 대한 역 공극 함수를 나타낸다. $\theta_r = 0^\circ$ 에서 회전자의 d축이 코일에 정렬되어서 자속이 잘 생성되지 못하는 경우를 제외하면 역 공극 함수는 회전자의 q축이 대상 코일에 가까워질수록 대상 코일의 근처에서 현저히 커지는 것을 볼 수 있다. 역 공극 함수가 특정 코일의 위치에서만 크기가 커지는 현상은 기존의 ϕ_m 과 θ_r 에 대한 함수로 나타낸 함수만으로는 표현이 되지 않으며, 제 3의 변수인 코일각(Coil angle) θ_c 를 도입하면 설명이 가능하다. 또한 기존의 방식에서는 하나의 역 공극 함수를 모든 권선 혹은 코일이 공유하였지만, 각 코일마다 자신의 위치 근처에서만 값이 큰 역 공극 함수를 가지려면 코일마다 개별적인 역 공극 함수를 적용해야 한다. 이렇듯 실제 IPMSM 내부에서의 자기적인 특성은 기존의 연구에서의 모델링으로 잘 설명되지 않는다.

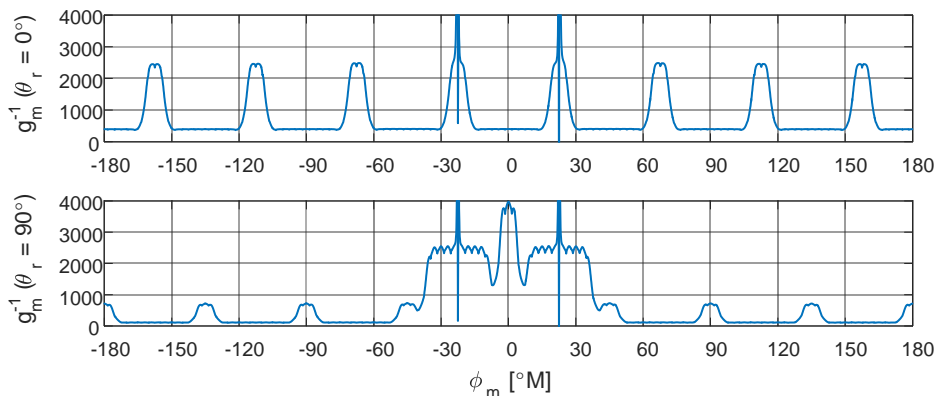


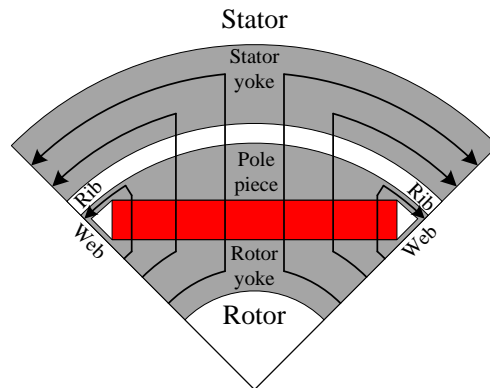
그림 4-9. 단일 코일에 대한 역 공극 함수

4.1.3 극편 부유 효과를 고려한 공극 자계 분포 분석

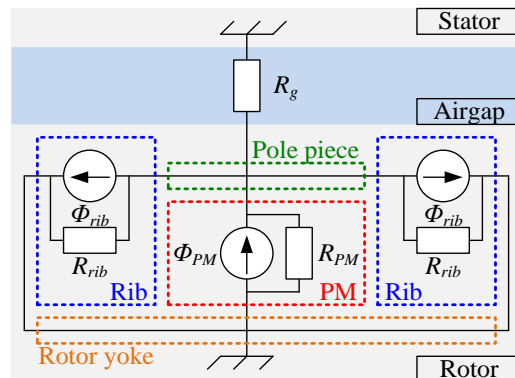
이 절에서는 앞 절에서 언급한 IPMSM의 공극 자계 분포 특성이 나오는 원인을 분석한다.

4.1.3.1 극편 부유 효과

영구자석의 기자력에 의한 자속 분포를 직관적으로 이해하기 위하여 IPMSM을 집중 상수(Lumped parameter)를 이용한 자기 회로로 모델링할 수 있다. 그림 4-10은 일반적인 IPMSM의 회전자 구조 및 자기 등가회로를 나타낸다[22]. 자기 회로에서 영구자석은 기자력원과 릴럭턴스의 직렬 혹은 자속원(Flux source)과 릴럭턴스의 병렬로 모델링된다. 그림 4-10(나)에서는 영구자석을 자속원(Φ_{PM})과 릴럭턴스(R_{PM})의 병렬 연결로 모델링하였다. 회전자 안쪽의 회전자 요크(Rotor yoke)[52]는 영구자석에 의한 자속이 회전자 내에서 흐르는 경로를 제공한다.

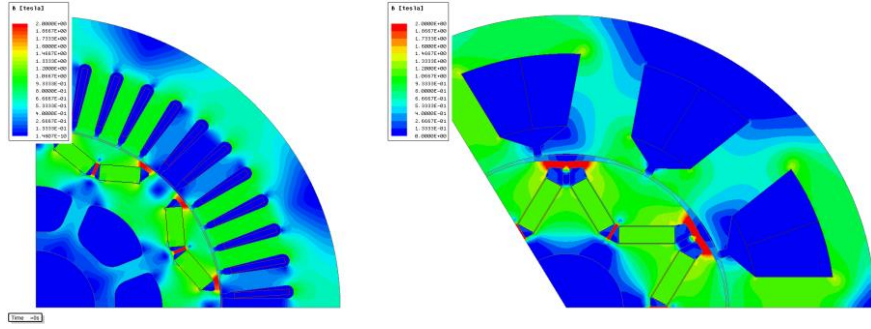


(가) 회전자 구조



(나) 자기 등가회로

그림 4-10. IPMSM의 회전자 구조 및 자기 등가회로



(가) 2010년형 프리우스 견인용 전동기 (나) 야스까와 센서리스 서보 전동기

그림 4-11. IPMSM 회전자 리브의 포화

SPMSM과 달리 IPMSM에서는 영구자석이 회전자 내부에 존재하므로 높은 출력을 얻기 위해서는 영구자석에 의해 발생하는 자속이 최대한 많이 공극을 지나 고정자로 들어가게 하는 것이 중요하다. 그렇게 하기 위해서는 자기 회로에서 누설 자속(Leakage flux)을 줄여야 한다. 그림 4-10(가)에 도시하였듯이 영구자석을 통과해 나온 자속이 전부 고정자로 넘어가는 것이 아니라 일부분은 리브를 통해서 회전자의 내부로 다시 들어가는데, 이 부분은 누설 자속에 해당된다. 일반적인 IPMSM의 회전자에서는 누설 자속을 줄이기 위해 리브를 얇게 해서 리브가 포화되도록 한다. 포화된 리브는 μ_r 이 1에 가까워지므로 리브의 자속은 더 이상 잘 늘어나지 못한다. 따라서 리브를 자속원(Φ_{rib})과 릴럭턴스(R_{rib})의 병렬로 모델링할 수 있다. R_{rib} 은 리브의 포화를 고려한 릴럭턴스이며 그 크기는 R_g 와 R_{PM} 에 비해 매우 크다.

고정자에서 바라보면 회전자의 극편은 그림 4-10(나)에서 나타냈듯이 매우 큰 릴럭턴스인 R_{rib} 과 R_{PM} 으로 둘러싸여 있다. 따라서 고정자에서 바라보면 회전자의 극편은 자기적으로 회전자 요크에서 떨어져서 공중에 떠 있는 것처럼 보이게 된다. 본 논문에서는 이러한 효과를 “극편 부유 효과(Floating pole piece effect)”로 부르기로 한다.

이러한 현상은 대부분의 IPMSM에 적용되는 일반적인 현상이다. 그림 2-8에 나타는 시험용 전동기의 무부하 자속 밀도 분포를 보면 회전자 리브의 자속 밀도가 2T를 넘는 것을 확인할 수 있다. 대부분의 규소강(Silicon steel) 철심에서는 자속 밀도가 2T를 넘으면 동적 비투자율이 1에

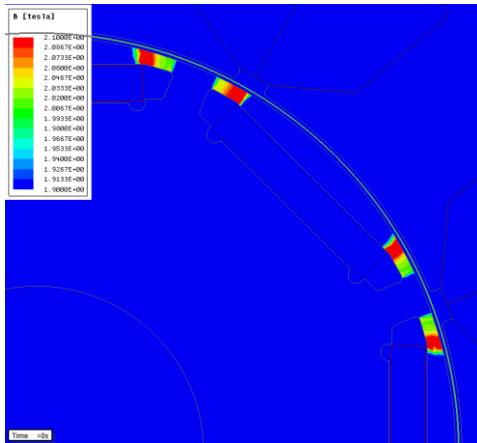
가까워져서 공극처럼 보이게 된다. 그림 4-11은 또 다른 예시로 2010년형 토요타 프리우스의 견인용 전동기[53]-[54]와 야스카와의 센서리스 서보(Servo) 전동기[55]의 무부하 자속 밀도 분포를 나타낸다. 이 두 전동기에서도 리브의 자속 밀도가 2T가 넘어 심하게 포화된 것을 볼 수 있다. 이 두 모터에서는 영구자석이 V형으로 인입되어 영구자석 사이에 브릿지(Bridge)가 있다. 브릿지 또한 누설 자속의 경로가 되므로 일반적으로 그림 4-11과 같이 매우 얇게 설계하여서 포화시킨다. 그렇기 때문에 그림 4-11의 전동기에서도 극편 부유 효과가 유효하다고 할 수 있다.

4.1.2절에서 다룬 IPMSM에서 단일 코일 여자에 의한 공극 자속 분포의 특이한 현상은 극편 부유 효과를 통하여 설명할 수 있다. 기존의 권선 함수 이론으로 잘 설명되는 일체형 철심 회전자의 경우 회전자는 이상적인 자속 경로이므로, 고정자에서 회전자로 들어온 자속은 기자력 강하 없이 회전자 표면의 어느 곳이든 갈 수 있다. 하지만 IPMSM의 극편은 자기적으로 보면 공중에 떠 있는 것과 같기 때문에 고정자에서 회전자의 한 극편을 통해 다른 극편으로 가는 자속은 잘 형성되지 않는다. 따라서 단일 코일 여자에 의한 자속은 주로 해당 코일 근처에서 형성되게 된다.

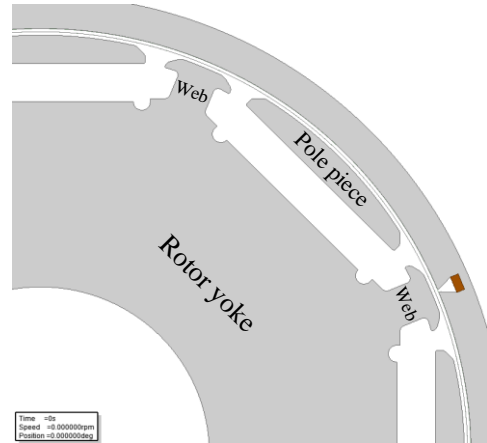
고정자 코일에 의한 자속의 주된 경로는 극편이지만, 회전자의 영구자석 끝부분인 웹(Web)은 자속이 회전자 요크에 이르게 하는 통로 역할을 한다. 보통 회전자 요크는 많이 포화되지 않기 때문에 단일 코일에 의한 자속이 웹을 통해서 들어오면 여자된 코일과 멀리 떨어진 지점까지 이를 수 있게 하는 경로를 제공해준다. 이러한 효과는 그림 4-11(가)와 같이 웹(Web)이 넓은 경우에는 상당히 크며, 그림 4-11(나)와 같이 웹이 좁을 때는 리브의 포화층에 의해 웹이 막히므로 무시할 수 있다. 그림 2-8을 보면 알 수 있듯이 시험용 전동기는 웹의 너비가 어느정도 있어서 고정자에서 자속이 들어갈 수 있는 통로가 열려있으므로 이러한 영향 또한 고려해야 한다.

4.1.3.2 회전자 등가 모델을 이용한 분석

극편 부유 효과에 의한 영향을 더 자세히 살펴보기 위하여 회전자 등가모델을 만들었다. 그림 4-12(가)는 시험용 전동기의 리브 근처의 포화도를 나타낸다. 자세히 보기 위하여 자속 밀도가 1.9T이상인 지점만 도시하였다. 리브의 자속 밀도를 그림 2-7과 비교해보면 자속 밀도가 2T가 넘어가면 비투자율이 급격히 1로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 자속 밀도가 2T가 넘는 지점에서는 비투자율이 공기와 비슷하므로 그 부분의 철심을 제거하여 공기로 대체할 수 있다. 이러한 방식으로 리브에서 포화가 심한 부분을 제거하면 그림 4-12(나)와 같은 회전자 등가 모델을 얻을 수 있다.

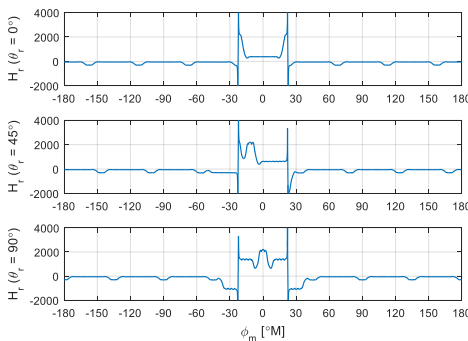


(가) 리브 자속 밀도

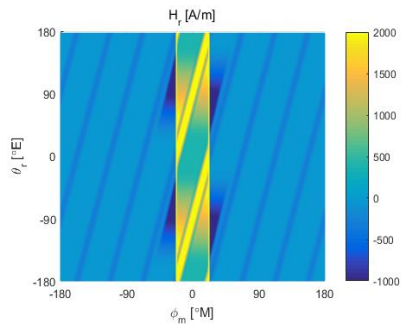


(나) 회전자 등가 모델

그림 4-12. 리브의 포화를 고려한 시험용 전동기의 회전자 등가 모델



(가) 2차원 그림 (단위: A/m)



(나) 3차원 그림

그림 4-13. 단일 코일 여자에 의한 공극 자계 분포 (회전자 등가 모델)

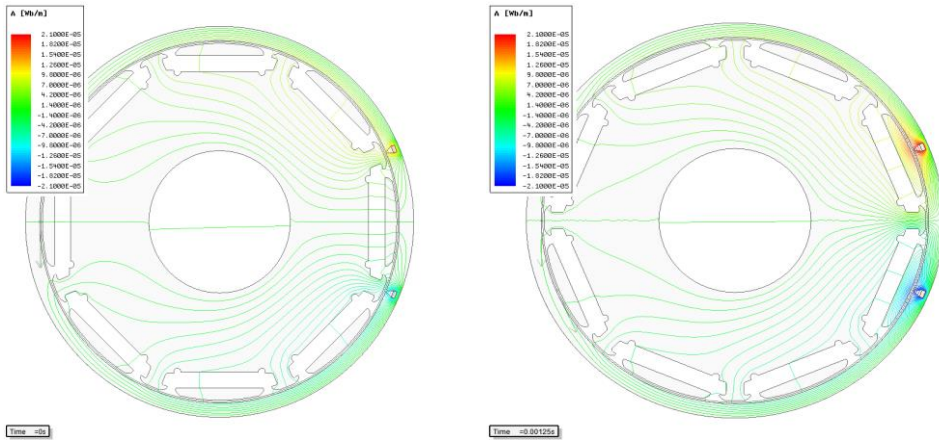
그림 4-13은 회전자 등가 모델에서 단일 코일 여자에 의한 공극 자계 분포를 나타낸 것이다. 그림 4-13을 실제 시험용 전동기 모델에 대한 결과인 그림 4-8과 비교해보면 자계 분포가 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 이를 통해 회전자 등가 모델이 실제 IPMSM의 특성을 정확히 나타내는 것을 알 수 있다.

그림 4-14는 회전자 등가 모델을 사용해서 단일 코일 여자에 의한 자속의 분포를 도시한 것이다. 코일에 의한 자속이 고정자에서 회전자를 지나 다시 고정자로 돌아오는 경로에는 다음과 같은 경우가 있다.

- a. 고정자 → 극편 → 고정자
- b. 고정자 → 회전자 요크(웹) → 고정자
- c. 고정자 → 극편 → 회전자 요크(웹) → 고정자
- d. 고정자 → 극편 → 회전자 요크(웹) → 극편 → 고정자

회전자 요크와 웹은 한 철심으로 연결되어 있기 때문에 하나의 물체로 간주할 수 있다. a 경로에서는 고정자와 극편만 관여하기 때문에 회전자 요크와는 독립적으로 분석할 수 있다. 따라서 a 경로에 따른 자속 분포는 그림 4-15(가)와 같이 극편만 남겨두고 회전자 요크를 제거한 모델로 해석할 수 있다. 회전자 요크를 통과하는 b-d 경로에는 극편을 통과하는 경로가 있기 때문에 추가적인 고려가 필요하다. b 경로는 고정자에서 공극을 지나 바로 웹으로 들어가는 경로이며 c-d 경로는 극편과 고정자 사이의 공극 뿐만 아니라 영구자석이 들어 있던 자속 장벽 또한 통과하는 경로이다. 따라서 c-d 경로의 유효 공극은 극편과 고정자 간의 물리적인 공극과 자속 장벽의 두께의 합에 해당하며, 이를 고려하여서 극편을 자속장벽 위치로 밀어 넣어서 실제 공극이 c-d 경로의 유효 공극과 같아지게 하면 그림 4-15(나)와 같은 모델을 얻을 수 있다. 시험용 전동기 회전자에 대해 단일 코일 여자에 의해 발생하는 공극 자계 분포는 그림 4-15(가)와 (나)의 두 모델에서 같은 여자조건에서 발생하는 공극 자계 분포의 합으로 생각할 수 있다. 참고 문헌 [46]에서는 그림 3-10(나)에서는 그림 4-15(나)와 같이 회전자 요크 부분만 고려하였지만 실제 IPMSM에서는 그림 4-15(가)의 영향까지

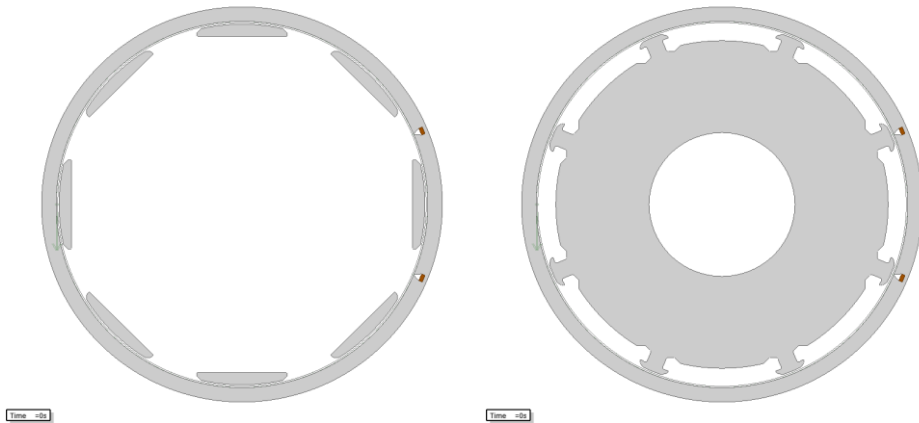
고려되어야 한다.



(가) d축 정렬($\theta_r = 0^\circ$)

(나) q축 정렬($\theta_r = 90^\circ$)

그림 4-14. 회전자 등가 모델에서 단일 코일 여자 시 자속 분포



(가) 회전자 극편 등가 모델

(나) 회전자 요크 등가 모델

그림 4-15. 세분화된 회전자 등가 모델

그림 4-15(나)의 회전자 요크 등가 모델은 일체형 철심 회전자 구조이므로 기존의 권선 함수 이론으로 설명이 가능하다. 그림 4-5의 경우와 마찬가지로 회전자 요크 모델의 역 공극 함수는 식 (3.72)로 표현되고 단일 코일에 대한 턴 함수는 식 (4.7)로 표현되므로 공극 기자력은 식 (3.18)와 같이 권선 함수와 전류의 곱으로 표현된다. 그림 4-16은 회전자 극편 등가 모델에서 단일 코일 여자에 의한 자속 분포를 여러 θ_r 에 대하여 나타낸 것이고 그림 4-17은 회전자 요크 등가 모델에서 단일 코일 여자에 의한 공극 자계 분포를 나타낸 것이다.

회전자 요크 등가 모델에서도 그림 4-6의 경우와 같이 공극 자기장이 코일 밖에서도 일정하게 분포되는 것을 알 수 있다.

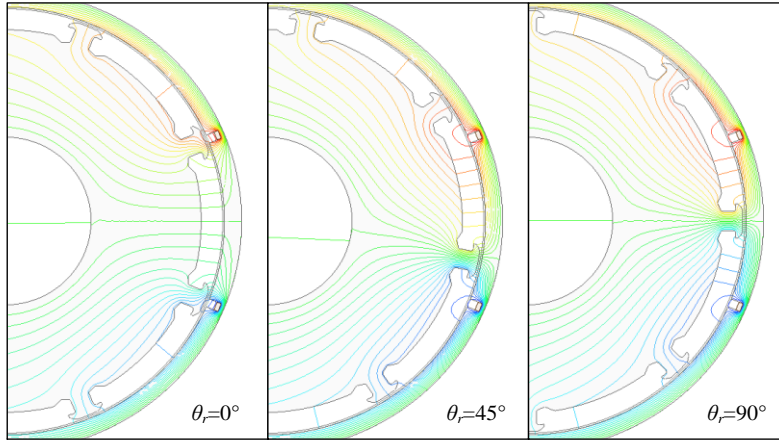
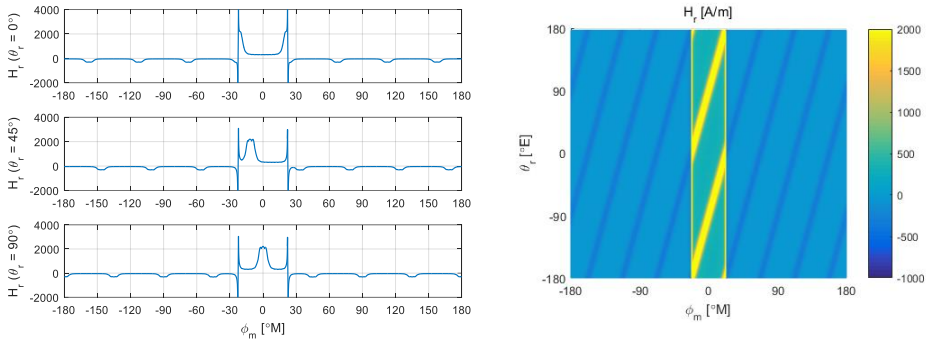


그림 4-16. 단일 코일 여자에 의한 자속 분포 (회전자 요크 등가 모델)



(가) 2차원 그림 (단위: A/m)

(나) 3차원 그림

그림 4-17. 단일 코일 여자에 의한 공극 자계 분포 (회전자 요크 등가 모델)

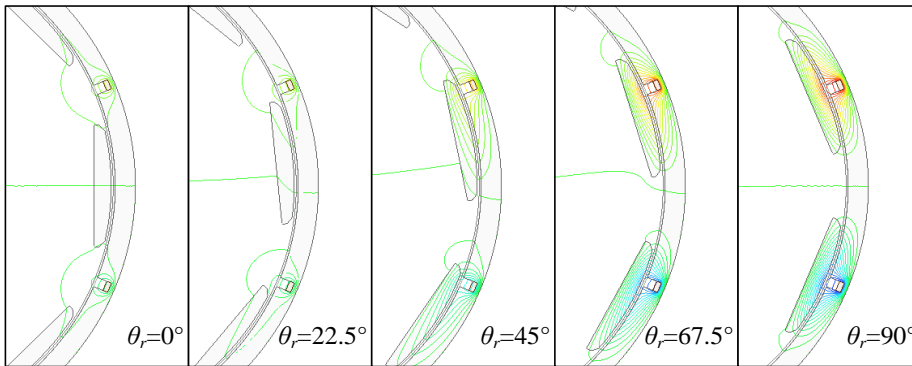
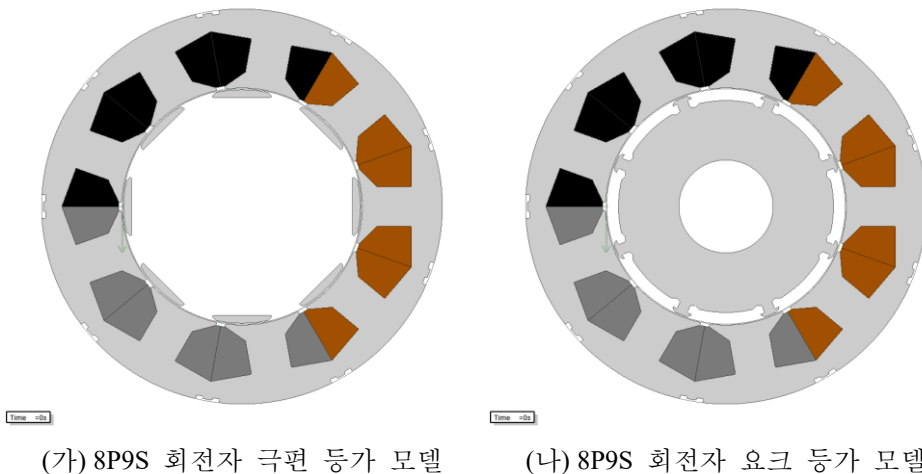


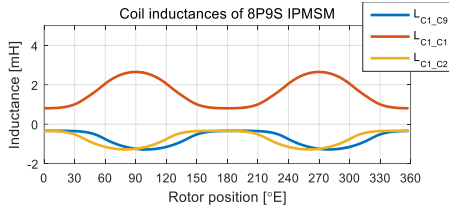
그림 4-18. 단일 코일 여자에 의한 자속 분포 (회전자 극편 등가 모델)

그림 4-18은 회전자 폴피스 등가 모델에서 단일 코일 여자에 의한 자속 분포를 여러 θ_r 에 대하여 나타낸 것이다. 코일에 의한 자속이

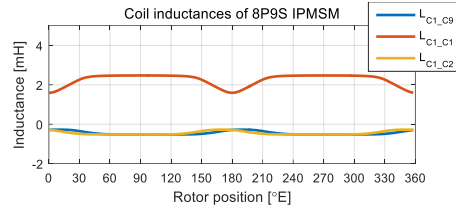
극편으로 통하기 위해서는 자속이 극편으로 들어가고 나가는 경로가 모두 확보되어야 하는데, $\theta_r = 0^\circ$ 와 $\theta_r = 22.5^\circ$ 에서는 자속이 극편으로 들어가는 경로가 확보되지 않아서 극편에는 자속이 잘 통과하지 못한다. 극편이 코일단과 가까워져서 $\theta_r = 45^\circ$ 가 되면 코일에 의한 자속이 극편으로 들어가는 경로가 확보됨에 따라 극편에 자속이 흐르기 시작하며 $\theta_r = 90^\circ$ 가 되면 코일단이 극편의 정중앙에 위치하여서 극편을 통과하는 자속이 최대가 된다.

이렇게 극편과 코일간의 상대적인 위치에 따른 자속 경로의 변화가 IPMSM 돌극성이 생기는 주된 원인이다. 이를 확인하기 위하여 그림 4-19와 같이 8P9S 시험용 전동기에 대하여 회전자 극편 및 요크 등가 모델을 적용하여 코일 인덕턴스를 비교하여 보았다. 그림 4-19(다)-(라)는 회전자 위치에 따른 코일 인덕턴스를 나타내며, 그림 4-19(마)-(바)는 코일 인덕턴스의 고조파 스펙트럼을 나타낸다. 그림 4-19(다)-(라)에서 회전자 위치에 따라 인덕턴스가 변화하는 성분은 극편 등가 모델의 경우에 더 큰 것을 볼 수 있다. 그림 4-19(마)-(바)에서 전동기의 기본 돌극성을 의미하는 2고조파의 성분을 보면 극편 등가 모델은 0.963mH, 회전자 요크 등가 모델은 0.355mH로 큰 차이가 나는 것을 알 수 있다. 그림 4-19(마)-(바)에서 0차 성분인 평균 인덕턴스에는 고정자 코일에서 코일로 흐르는 누설 인덕턴스(Leakage inductance)가 포함되어 있어서 서로 비교를 할 수는 없다.

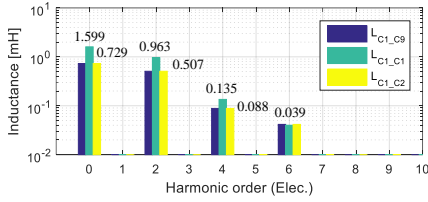




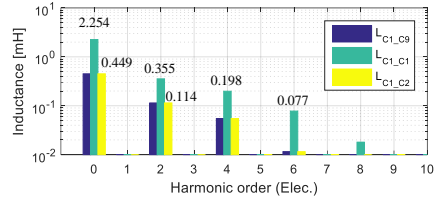
(다) 회전자 극편에 의한 인덕턴스



(라) 회전자 요크에 의한 인덕턴스

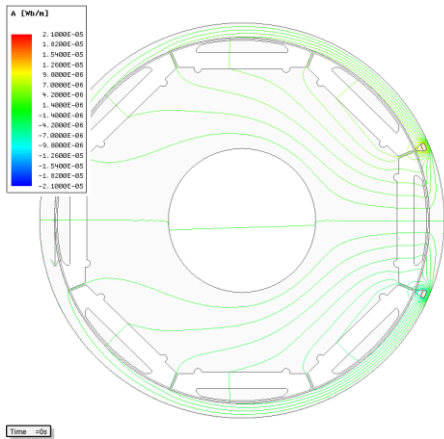


(마) “(다)”의 고조파 스펙트럼

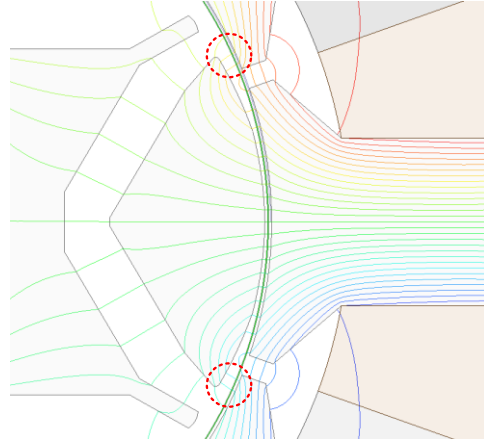


(바) “(라)”의 고조파 스펙트럼

그림 4-19. 8P9S 시험용 전동기의 회전자 극편 및 요크에 의한 코일 인덕턴스



(가) 웹이 좁아진 시험용 전동기

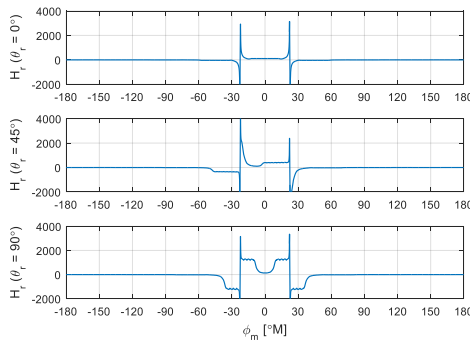


(나) 6P9S 야스가와 전동기[55]

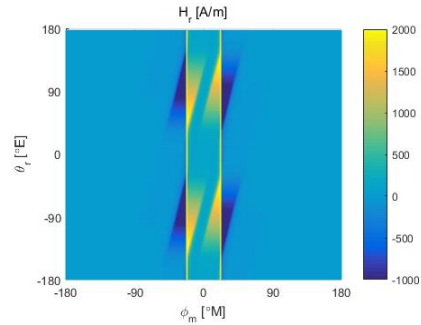
그림 4-20. 여러 조건에서의 d축 자속 경로

많은 참고 문헌에서 d축으로는 자속이 회전자를 통과해야 하고 q축으로는 자속이 회전자를 통과하지 않기 때문에 d축과 q축의 인덕턴스가 다르다고 서술되어 있지만 이러한 특성이 항상 나타나는 것은 아니다. 실제 d축에서의 자속 경로는 극편 및 웹의 두께와 코일 피치 간의 상관관계에 따라서 결정된다. 예를 들어 시험용 전동기의 d축이 풀피치 코일과 정렬된 그림 4-14(가)의 경우에는 d축 자속은 영구자석을 통과하는 것 보다 웹을 통하여 회전자 요크로 들어가는 경로로 더 많이 생긴다. 자기 회로 관점에서 고정자에서 회전자를 보면,

병렬로 연결된 영구자석을 지나가는 경로와 웹을 지나가는 경로가 있을 때 자속은 릴럭턴스가 더 작은 웹의 경로로 더 많이 지나가게 되는 것이다. 반대로 그림 4-20(가)와 같이 시험용 전동기에서 웹이 좁아지면 주된 d축 자속 경로는 영구자석을 통과하는 것이 된다. 또한 그림 4-20(나)와 같이 극편의 너비 보다 코일 피치가 좁을 경우 여자된 코일에서 극편을 지나 인접한 코일로 이동하는 자속 경로도 생길 수 있다. 만약 그림 4-20(나) 회전자의 표면이 원형이라면 이러한 경로로 더 많은 자속이 지나갈 수 있다.



(가) 2차원 그림 (단위: A/m)



(나) 3차원 그림

그림 4-21. 단일 코일 여자에 의한 공극 자계 분포 (회전자 극편 등가 모델)

그림 4-21은 회전자 극편 등가 모델을 사용하여 단일 코일 여자에 의한 공극 자계 분포를 나타낸 것이다. 극편의 효과에 의해 $\theta_r = \pm 90^\circ$ 근처에서 공극 자기장이 커지고 $\theta_r = 0^\circ$ 근처에서 공극 자기장이 줄어드는 양상을 확인할 수 있다. 실제 전동기에서의 분포인 그림 4-8에서 여자된 코일 근처에서만 생기는 자기장 성분은 그림 4-21의 분포와 일치하며, 이를 통해 그 성분은 극편 부유 효과에 의해서 유기되었다는 것을 알 수 있다.

4.2 제안된 전동기의 인덕턴스 분석 방법

이 절에서는 본 논문에서 제안하는 자계 분포 함수에 기반한 인덕턴스 분석 방법을 제안한다.

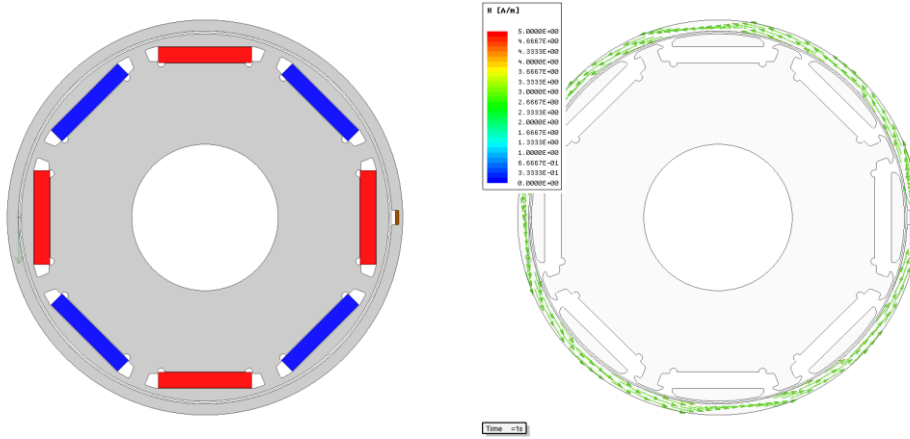
4.2.1 자계 분포 함수

기존의 권선 함수 이론에서는 그림 3-3와 같이 일체형 철심으로 이루어진 회전자를 대상으로 하였기 때문에 공극 기자력이 식 (3.16)과 같이 턴 함수에 오프셋이 더해진 형태로 표현되었다. 하지만 실제 IPMSM은 회전자가 단일 물체가 아니라 그림 4-15(가)와 같은 여러 개의 회전자 극편과 그림 4-15(나)와 같은 회전자 요크로 구성된 것 처럼 보이게 된다. 정확한 역 공극 함수 선정을 위해서는 극편 부유 효과에 대한 모델링이 필요하다.

한편 $H_r(\phi_m, \theta_{rm})$ 을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$H_r(\phi_m, \theta_{rm}) = f(\phi_m, \theta_{rm}, N_m(x)) \cdot i. \quad (4.8)$$

$f(\phi_m, \theta_{rm}, N_m(x))$ 의 세번째 변수는 원래 턴 함수이지만, 턴 함수의 평균값은 추후 인덕턴스 계산에서 모두 상쇄되어서 의미가 없으므로 식 (3.19)의 권선 함수로 대체하였다. 권선 함수를 $N_m(\phi_m)$ 대신 $N_m(x)$ 로 표시한 것은 $f(\phi_m, \theta_{rm}, N_m(x))$ 의 첫번째 변수인 ϕ_m 과 혼동되는 것을 방지하기 위함이다. $f(\phi_m, \theta_{rm}, N_m(x))$ 의 단위인 “1/m”는 기존의 연구에서 사용하는 공극 역 함수 혹은 퍼미언스 함수의 단위와 같다. 하지만 기존 연구에서는 퍼미언스 함수에 기전력 함수를 곱하여서 H_r 을 얻었다면, $f(\phi_m, \theta_{rm}, N_m(x))$ 는 권선 함수(턴 함수)의 영향까지 포함한 개념이기 때문에 이 함수에 전류만 곱하면 H_r 을 얻을 수 있다. 즉 이 함수는 단위 전류에 따른 공극 자계 분포를 포함한 함수이기 때문에 본 논문에서는 이 함수를 “자계 분포 함수”라고 부르겠다. 자계 분포 함수는 일반적으로는 기계각인 θ_{rm} 에 대한 함수이지만 대칭 구조를 가지는 회전자에 대해서는 전기각인 θ_r 기준의 주기 함수가 된다. 따라서 앞으로는 자계 분포 함수를 $f(\phi_m, \theta_r, N_m(x))$ 로 표시하겠다.



(가) 시험용 전동기 특성 추출 모델 (나) 고정자 요크의 자기장(H_r) 분포

그림 4-22. 단일 도체를 이용한 $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 추출 모델

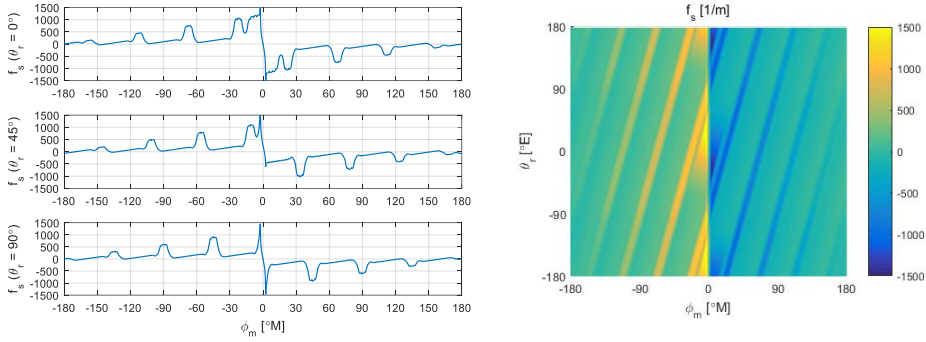
본 논문에 제안하는 방법은 전류도체법(One-ampere conductor method) [15]-[16]에 기반하여 단일 도체(conductor element)에 의한 자계 분포를 이용하여 IPMSM의 인덕턴스를 수식화하는 것이다. 대부분의 기존의 연구에서는 공극 자기장 H_r 을 구하기 위하여 공극 기자력과 역 공극 함수를 정확히 모델링하는 것에 초점을 맞추었다면, 제안된 방식은 식 (4.8)을 바탕으로 회전자 돌극과 관련된 가장 기본적인 정보를 가지는 단일 도체에 의한 공극 자계 분포를 FEA를 통해 일종의 맵 데이터의 형태로 추출하여서 임의의 권선에 대한 인덕턴스 계산에 사용하는 것이다. 이를 위해 그림 4-22(가)와 같이 고정자에 코일이 감기지 않고 1턴의 단일 도체만 배치된 FEA 모델을 사용하였다. 고정자 철심의 물질은 그림 3-13와 이후 FEA에서 사용했던 것처럼 비투자율이 매우 큰($\mu_r \geq 10^6$) 이상적인 물질을 사용하였다. 고정자에는 하나의 슬롯에 한턴의 단일 도체 지면 위로 올라오는 방향으로 감겨 있다. 이 도선의 권선 함수를 $N_s(\phi_m)$ 라고 할 때, $N_s(\phi_m)$ 에 대한 자계 분포 함수는 아래의 식과 같이 전류의 변화에 따른 H_r 의 차이를 통해 얻을 수 있다.

$$f(\phi_m, \theta_r, N_s(x)) = \frac{\Delta H_r(\phi_m, \theta_r)}{\Delta i}. \quad (4.9)$$

$N_s(\phi_m)$ 에 대한 자계 분포 함수는 회전자의 가장 기본적인 특성을 나타내는 데이터로 사용되므로 일반적인 자계 분포 함수와 구분짓기

위하여 다음과 같이 표시한다.

$$f_s(\phi_m, \theta_r) \triangleq f(\phi_m, \theta_r, N_s(x)). \quad (4.10)$$



(가) 2차원 그림 (단위: 1/m)

(나) 3차원 그림

그림 4-23. 시험용 전동기의 단일 도체에 의한 자기장 함수 $f_s(\phi_m, \theta_r)$

그림 4-23은 시험용 전동기의 $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 를 나타낸다. $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 은 다음과 같은 특성이 있다.

$$f_s(\phi_m, \theta_r) = f_s(\phi_m + 2\pi, \theta_r). \quad (4.11)$$

$$f_s(\phi_m, \theta_r) = f_s(\phi_m, \theta_r + \pi). \quad (4.12)$$

$$f_s(\phi_m, \theta_r) = -f_s(-\phi_m, -\theta_r). \quad (4.13)$$

$$\oint f_s(\phi_m, \theta_r) d\phi_m = 0. \quad (4.14)$$

식 (4.11)-(4.12)는 $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 이 ϕ_m 및 θ_r 기준으로 각각 2π 와 π 의 주기를 가지고 있음을 뜻한다. 식 (4.13)는 $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 이 기함수(Odd function)의 특성이 있음을 의미한다. 식 (4.14)은 가우스의 법칙에 의해 성립하는 식이다. 식 (4.11)-(4.14)의 특성을 바탕으로 $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 은 다음과 같은 2차원 푸리에 급수로 표현될 수 있다.

$$f_s(\phi_m, \theta_r) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_s(m, n) \sin(m\phi_m + n\theta_r). \quad (4.15)$$

식 (4.12)에 의해 n 은 짝수 항만 존재하며 식 (4.14)에 의해 모든 n 에 대하여 $F_s(0, n) = 0$ 이 성립한다. $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 의 고조파 차수 m 과 n 에 대한 2차원 푸리에 변환은 그림 4-24와 같다. $F_s(m, n)$ 은 고정자 권선법과 관계 없이 회전자에 의한 공극 자계 분포 특성을 나타내며 본 논문에서

제안된 방법에서 사용하는 가장 기본적인 데이터이다. 본 논문에서 $F_s(m,n)$ 을 “회전자 특성 맵”으로 부르기로 한다.

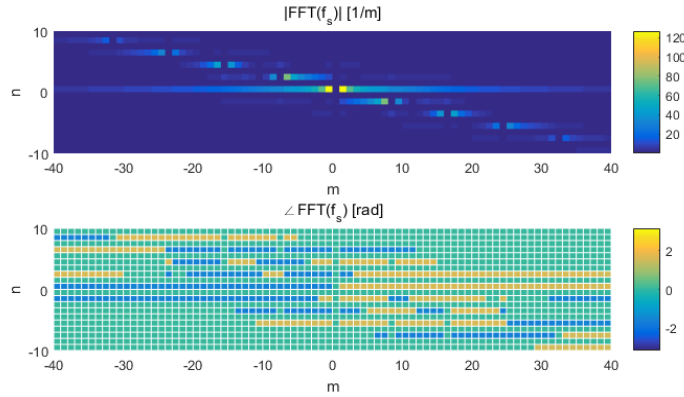


그림 4-24. 시험용 전동기 $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 의 2차원 푸리에 변환

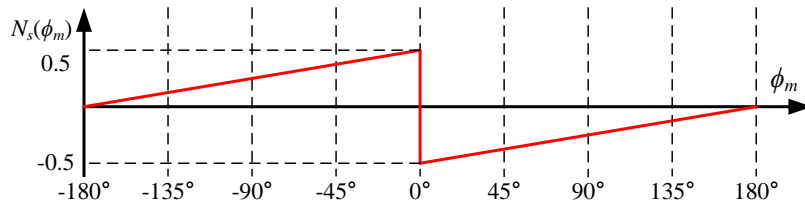


그림 4-25. 한 턴의 단일 도체에 대한 권선 함수

일반적으로 전동기의 코일은 나가는 코일단과 들어오는 코일단의 턴수가 서로 같기 때문에 전체 권선의 바깥인 고정자 요크에서 암페어의 페루프를 결정하면 암페어 턴이 영이 된다. 하지만 그림 4-22(가)와 같이 도선의 끝을 닫지 않으면 고정자 요크에서의 루프에서 암페어 턴이 영이 아니게 된다. 이 조건은 자기 회로가 단락(Magnetic short circuit)된 것과 같기 때문에 고정자 요크를 타고 회전 방향으로 도는 자기장(H)이 크게 인가된다. 그림 4-22(나)는 도선에 0.5A가 지면 위 방향으로 흐르는 조건에서 이러한 자기장을 보여준다. 일반적으로 고정자 요크 내에 기자력 강하가 없다고 가정하지만, 이러한 조건에서는 식 (3.3)의 암페어의 법칙에 따라 고정자 요크 위에서 자기장의 방향으로 이동함에 따라 선형적으로 기자력이 강해진다. 이렇게 고정자 요크에서의 선형적인 기자력 강하는 고정자에 일정한 밀도로 배치한 권선과 같은 효과를 낸다. 따라서 $N_s(\phi_m)$ 은 그림 4-25과 같이 표현된다.

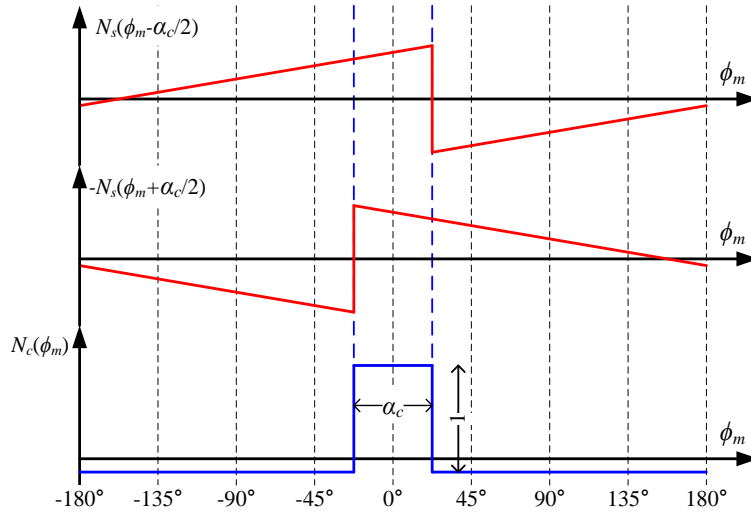


그림 4-26. $N_s(\phi_m)$ 을 이용한 $N_c(\phi_m)$ 의 유도

그림 4-25과 같은 권선 함수를 만드는 단일 도체를 사용한 이유는 이 도선을 이용해서 어떠한 형태의 권선도 만들 수 있기 때문이다. 그림 4-26은 $N_s(\phi_m)$ 을 이용하여 턴수가 1이고 임의의 코일 피치 α_c 를 가지는 코일의 권선 함수 $N_c(\phi_m)$ 를 구하는 과정을 보여준다. ϕ_m 축으로 $\alpha_c/2$ 만큼 평행이동한 $N_s(\phi_m)$ 에서 ϕ_m 축으로 $-\alpha_c/2$ 만큼 평행이동한 $N_s(\phi_m)$ 를 빼면 $N_c(\phi_m)$ 를 얻을 수 있다. 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$N_c(\phi_m) = N_s\left(\phi_m - \frac{\alpha_c}{2}\right) - N_s\left(\phi_m + \frac{\alpha_c}{2}\right). \quad (4.16)$$

상 권선의 권선 함수는 각 코일의 권선 함수의 합으로 볼 수 있기 때문에 식 (4.16)를 통해 어떠한 임의의 권선의 권선 함수도 만들 수 있다. 한편 식 오류! 참조 원본을 찾을 수 없습니다.으로부터 자계 분포 함수는 임의의 두 권선 함수 $N_a(\phi_m)$ 와 $N_b(\phi_m)$ 는 아래와 같은 관계를 만족한다.

$$f(\phi_m, \theta_r, N_a(x) + N_b(x)) = f(\phi_m, \theta_r, N_a(x)) + f(\phi_m, \theta_r, N_b(x)). \quad (4.17)$$

임의의 코일 권선함수 $N_c(\phi_m)$ 에 대한 자계 분포 함수를 $f_c(\phi_m, \theta_r)$ 이라고 하면, $f_c(\phi_m, \theta_r)$ 은 식 (4.17)를 통해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned}
f_c(\phi_m, \theta_r) &= f(\phi_m, \theta_r, N_c(x)) \\
&= f\left(\phi_m, \theta_r, N_s\left(x - \frac{\alpha_c}{2}\right) - N_s\left(x + \frac{\alpha_c}{2}\right)\right) \\
&= f\left(\phi_m, \theta_r, N_s\left(x - \frac{\alpha_c}{2}\right)\right) - f\left(\phi_m, \theta_r, N_s\left(x + \frac{\alpha_c}{2}\right)\right) \\
&= f\left(\phi_m - \frac{\alpha_c}{2}, \theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}, N_s(x)\right) - f\left(\phi_m + \frac{\alpha_c}{2}, \theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}, N_s(x)\right) \\
&= f_s\left(\phi_m - \frac{\alpha_c}{2}, \theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) - f_s\left(\phi_m + \frac{\alpha_c}{2}, \theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right)
\end{aligned} \quad (4.18)$$

식 (4.18)을 통해 평행이동된 $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 로부터 임의의 1턴의 코일의 자계 분포 함수를 얻을 수 있다. 그림 4-27에서는 식 (4.18)의 과정을 시각적으로 보여주기 위해 두개의 평행이동된 $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 와 그 합인 $f_c(\phi_m, \theta_r)$ 을 나타낸다.

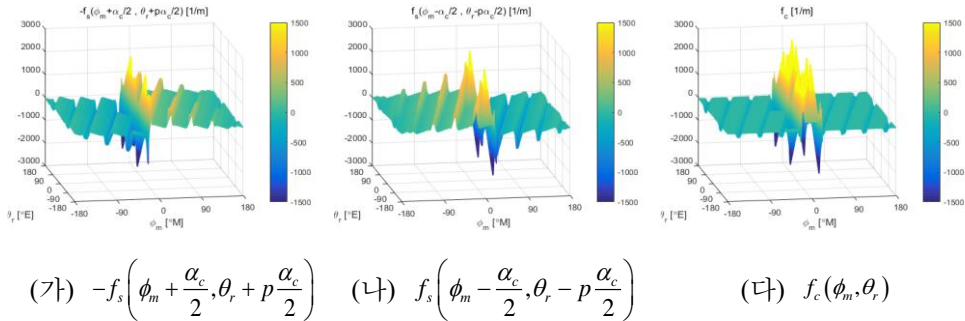
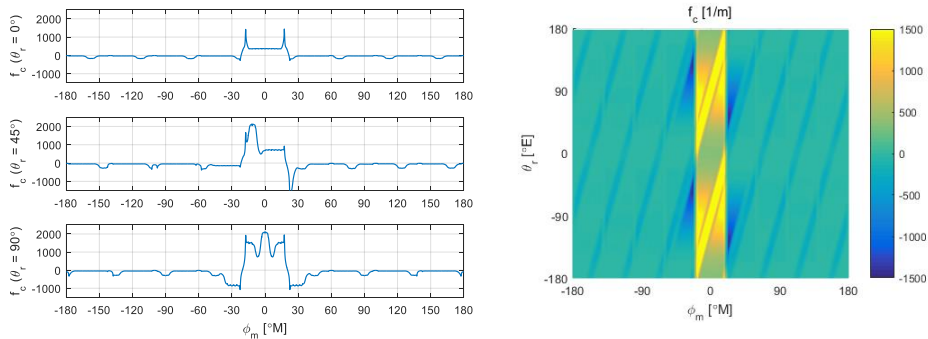


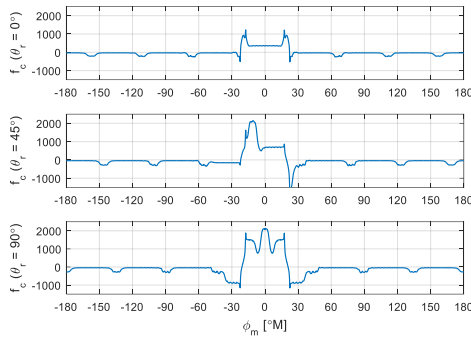
그림 4-27. 단일 코일의 자계 분포 함수의 유도 과정



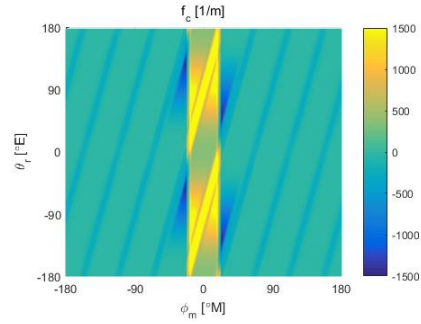
(가) 2차원 그림 (단위: 1/m)

(나) 3차원 그림

그림 4-28. 8P9S 시험용 전동기에서 구한 $f_c(\phi_m, \theta_r)$

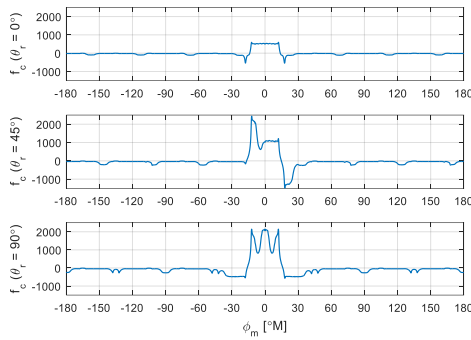


(가) 2차원 그림 (단위: 1/m)

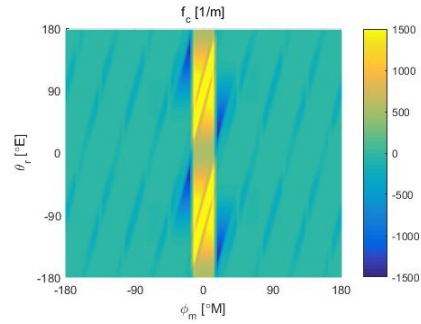


(나) 3차원 그림

그림 4-29. 식 (4.18)을 통해 구한 구한 40°M 피치 코일의 $f_c(\phi_m, \theta_r)$

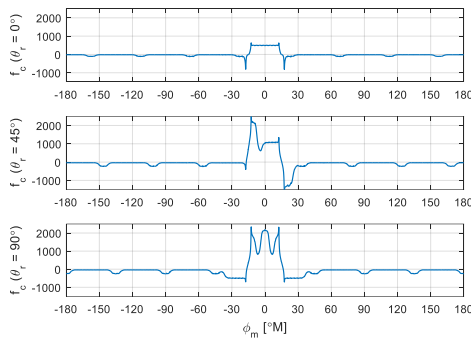


(가) 2차원 그림 (단위: 1/m)

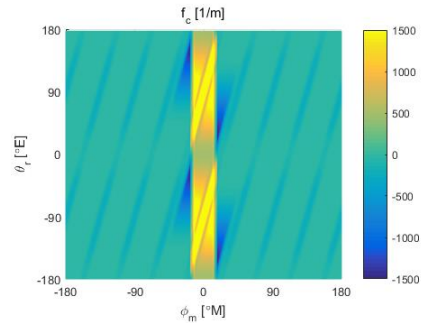


(나) 3차원 그림

그림 4-30. 8P12S 시험용 전동기에서 구한 $f_c(\phi_m, \theta_r)$



(가) 2차원 그림 (단위: 1/m)



(나) 3차원 그림

그림 4-31. 식 (4.18)을 통해 구한 구한 30°M 피치 코일의 $f_c(\phi_m, \theta_r)$

그림 4-28은 그림 2-1(가)의 실제 8P9S 시험용 전동기의 단일 코일 여자를 통하여 $f_c(\phi_m, \theta_r)$ 를 구한 것이고, 그림 4-29은 그림 4-23에 도시한 시험용 전동기의 $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 를 바탕으로 식 (4.18)을 통해 8P9S의 코일 피치인 $\alpha_c=40^\circ\text{M}$ 의 조건에 해당하는 $f_c(\phi_m, \theta_r)$ 를 계산한 것이다. 그림

4-30과 그림 4-31는 8P12S 전동기에 대해서도 같은 작업을 수행한 결과이다. 그림을 보면 알 수 있듯이 식 (4.18)을 통해 계산한 자계 분포 함수는 코일 피치에 관계 없이 실제 코일의 것과 거의 일치한다.

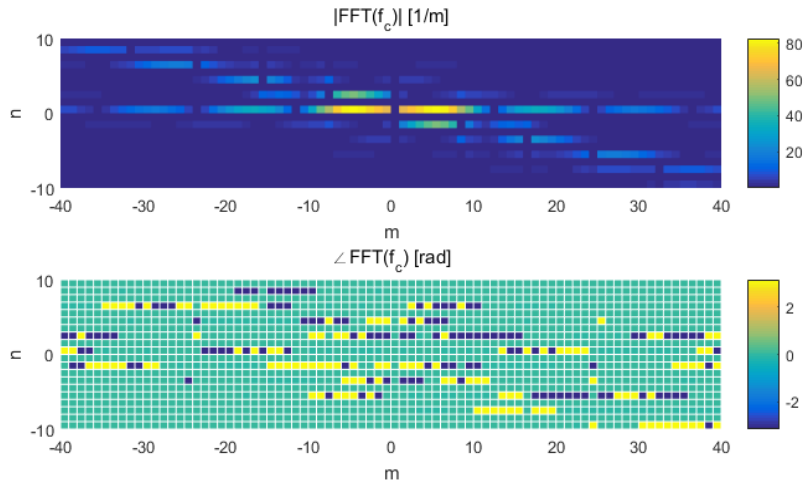
식 (4.18)에 (4.15)을 대입하여 풀면 다음과 같이 $f_c(\phi_m, \theta_r)$ 의 푸리에 급수 표현을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} f_c(\phi_m, \theta_r) &= f_s\left(\phi_m - \frac{\alpha_c}{2}, \theta_r - p \frac{\alpha_c}{2}\right) - f_s\left(\phi_m + \frac{\alpha_c}{2}, \theta_r + p \frac{\alpha_c}{2}\right) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_c(m, n) \cos(m\phi_m + n\theta_r) \end{aligned} \quad (4.19)$$

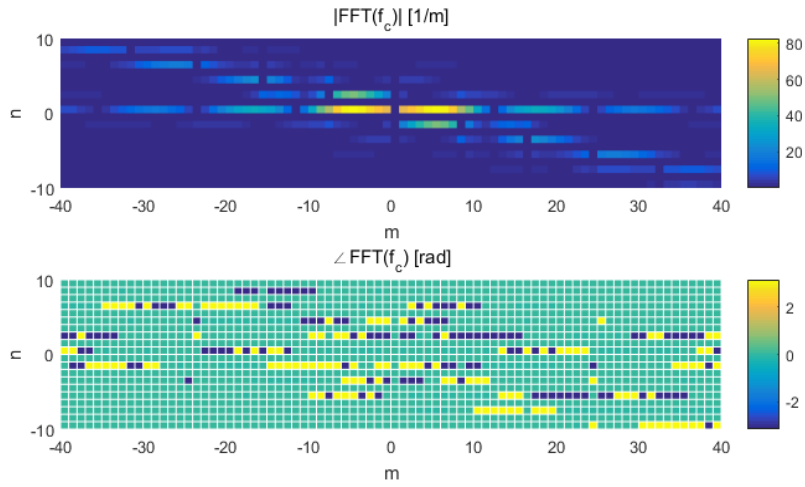
여기서 고조파 계수 $F_c(m, n)$ 은 아래와 같이 표현된다.

$$F_c(m, n) = -2 \sin\left(\frac{\alpha_c}{2}m + p \frac{\alpha_c}{2}n\right) F_s(m, n). \quad (4.20)$$

$f_c(\phi_m, \theta_r)$ 는 코사인 함수의 합으로 표현되는 우함수가 되며, $f_c(\phi_m, \theta_r)$ 의 고조파 계수는 $f_s(\phi_m, \theta_r)$ 의 고조파 계수에 사인 함수가 곱해진 형태이다. 그림 4-32는 코일 피치에 따른 $f_c(\phi_m, \theta_r)$ 의 2차원 푸리에 변환을 나타낸다.



(가) 40°M 코일 피치 (8P9S)



(나) 30°M 코일 피치 (8P12S)

그림 4-32. 시험용 전동기의 코일 피치에 따른 $f_c(\phi_m, \theta_r)$ 의 2차원 푸리에 변환

4.2.2 단일 코일의 인덕턴스

이 절에서는 단일 코일에 대한 자기 및 상호 인덕턴스를 일반적인 식으로 유도한다.

4.2.2.1 인덕턴스의 일반 식

임의의 N_{cl} 턴의 코일에 흐르는 전류 i 에 따른 공극 자계 분포는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H_r(\phi_m, \theta_r) = N_{cl} f_c(\phi_m, \theta_r) i. \quad (4.21)$$

식 (3.39)와 (4.21)을 통해 미소 공극 면 dA 을 통과하는 미소 자속 $d\Phi$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} d\Phi &= \mu_0 LR \cdot H_r(\phi_m, \theta_r) d\phi_m \\ &= \mu_0 RL N_{cl} i \cdot f_c(\phi_m, \theta_r) d\phi_m. \end{aligned} \quad (4.22)$$

식 (3.40)에서 코일 A에 의한 코일 B의 쇄교 자속은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \lambda_{ab} &= \int_{\phi_m=-\pi}^{\phi_m=\pi} N_b(\phi_m) d\Phi_a \\ &= \mu_0 RL N_{cl} i_{bs} \int_{-\pi}^{\pi} N_b(\phi_m) f_{c_a}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m. \end{aligned} \quad (4.23)$$

여기서 $f_{c_a}(\phi_m, \theta_r)$ 는 코일 A의 자계 분포 함수를 나타낸다. 식 (4.23)를 통해 자기 인덕턴스와 상호 인덕턴스는 다음과 같이 표현된다.

$$L_{aa} = \mu_0 RL N_{cl} \int_{-\pi}^{\pi} N_a(\phi_m) f_{c_a}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m. \quad (4.24)$$

$$L_{ab} = \mu_0 RL N_{cl} \int_{-\pi}^{\pi} N_b(\phi_m) f_{c_a}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m. \quad (4.25)$$

위의 식은 제안된 방법에서 인덕턴스를 표현하는 기본 형태이다. 위의 식을 식 (3.41)-(3.42)과 비교해보면 기존에 자계 분포를 표현하기 위하여 사용하였던 $N_m(\phi_m) \cdot g_m^{-1}(\phi_m, \theta_r)$ 이 실제 분포를 잘 표현하지 못하므로 제안된 방식에서 더 정확한 $N_{cl} f_c(\phi_m, \theta_r)$ 로 바뀐 것이다.

식 (2.10)-(2.11)처럼 인덕턴스 또한 두 방식으로 정의될 수 있다.

$$L \triangleq \frac{\lambda}{i}. \quad (4.26)$$

$$L \triangleq \frac{d\lambda}{di}. \quad (4.27)$$

여기에서 λ 는 쇄교 자속을 의미하고 i 는 전류를 의미한다. 식 (4.26)와

(4.27)로 정의된 인덕턴스를 각각 정적 인덕턴스(Static inductance), 동적 인덕턴스(Dynamic inductance) 라고 부른다. 식 (4.24)-(4.25)으로 계산된 인덕턴스는 단일 도체에 흐르는 매우 작은 전류에 의한 공극 자기장의 변화를 기반하기 때문에 식 (4.27)에 정의된 동적 인덕턴스에 해당된다.

4.2.2.2 자기 인덕턴스

식 (4.24)과 식 (4.19)을 이용해서 단일 코일의 자기 인덕턴스의 일반형을 유도할 수 있다. 식 (4.19)을 식 (4.24)에 대입하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}
 L_{aa} &= \mu_0 R L N_{ct} \int_{-\pi}^{\pi} N_a(\phi_m) f_{c_a}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m \\
 &= \mu_0 R L N_{ct}^2 \int_{-\frac{\alpha_c}{2}}^{\frac{\alpha_c}{2}} f_{c_a}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m \\
 &= \mu_0 R L N_{ct}^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_c \text{sinc}\left(\frac{\alpha_c}{2} m\right) F_c(m, n) \cos n\theta_r. \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} L(n) \cos n\theta_r.
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

여기에서 n 차의 인덕턴스 $L(n)$ 은 아래와 같이 표현된다.

$$L(n) = \mu_0 R L N_{ct}^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{self}(m, n) F_s(m, n). \tag{4.29}$$

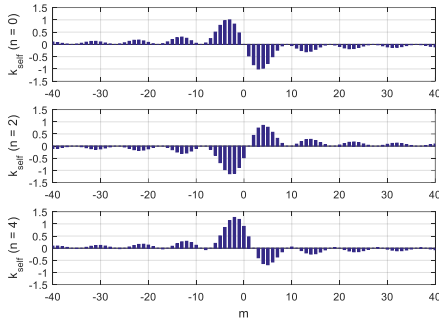
$k_{self}(m, n)$ 은 아래와 같다.

$$k_{self}(m, n) \triangleq -2\alpha_c \text{sinc}\left(\frac{\alpha_c}{2} m\right) \sin\left(\frac{\alpha_c}{2} m + p \frac{\alpha_c}{2} n\right). \tag{4.30}$$

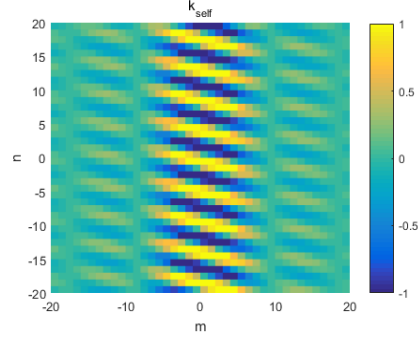
$\text{sinc}(x)$ 는 다음과 같이 정의되는 싱크 함수(Sinc function)를 의미한다.

$$\text{sinc}(x) \triangleq \frac{\sin x}{x}. \tag{4.31}$$

식 (4.29)에서 $L(n)$ 은 회전자의 고유 특성인 $F_s(m, n)$ 과 고정자의 고유 특성인 $k_{self}(m, n)$ 이 곱해진 형태가 된다. 부록 B.1.1에서 코일 피치에 따른 권선 특성을 나타내는 지표로 사용된 단절 계수(Pitch factor) k_{ph} 와 마찬가지로, $k_{self}(m, n)$ 은 코일 피치에 따른 자기 인덕턴스의 특성을 나타내는 지표로 사용될 수 있다. 그림 4-33은 40°M 코일 피치에서의 $k_{self}(m, n)$ 을 나타낸다.



(가) 2차원 그림



(나) 3차원 그림

그림 4-33. 40°M 코일 피치에서의 $k_{self}(m, n)$

한편 식 (4.30)에서 $k_{self}(m, n)$ 은 아래와 같은 기함수 특성을 가진다.

$$k_{self}(m, n) = -k_{self}(-m, -n). \quad (4.32)$$

회전자 특성 맵 $F_s(m, n)$ 또한 식 (4.13)에 의해서 기함수 특성이 있으므로, $k_{self}(m, n)F_s(m, n)$ 는 다음과 같이 우함수 특성을 가진다.

$$k_{self}(m, n)F_s(m, n) = k_{self}(-m, -n)F_s(-m, -n). \quad (4.33)$$

이 특성을 이용하면 식 (4.29)에서 아래와 같은 특성을 유도할 수 있다.

$$L(n) = L(-n). \quad (4.34)$$

따라서 식 (4.28)은 아래와 같이 간략해진다.

$$L_{aa} = L(0) + \sum_{n=1}^{\infty} 2L(n) \cos n\theta_r. \quad (4.35)$$

4.2.2.3 상호 인덕턴스

인접한 두 코일 A와 B의 코일 피치는 모두 α_c 이고 A와 B의 코일 코일각은 각각 0°M , θ_{cb} 라면 식 (4.25)의 상호 인덕턴스는 다음과 같이 표현된다.

$$L_{ab} = \mu_0 R L N_{ct}^2 \int_{\theta_{cb} - \frac{\alpha_c}{2}}^{\theta_{cb} + \frac{\alpha_c}{2}} f_{c_a}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m. \quad (4.36)$$

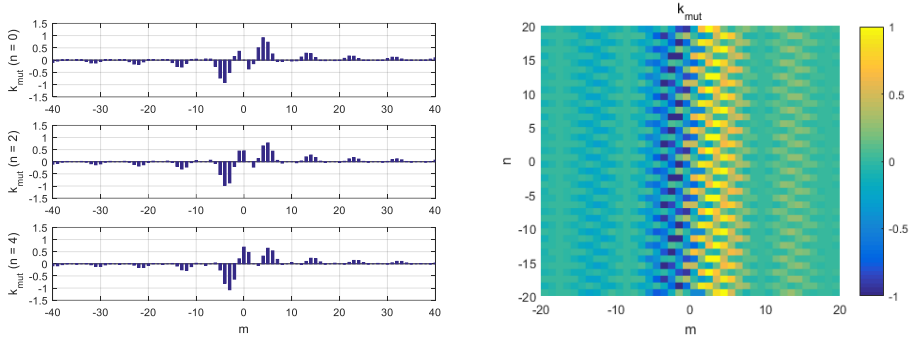
FSCW를 가정하면 인접한 두 코일의 코일각은 코일 피치 만큼의 차이가 있으므로 $\theta_{cb} = \alpha_c/2$ 가 된다. 이에 따라 식 (4.36)은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}
L_{ab} &= \mu_0 R L N_{ct}^2 \int_{\frac{\alpha_c}{2}}^{\frac{3\alpha_c}{2}} f_{c_a}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m \\
&= \mu_0 R L N_{ct}^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \alpha_c \text{sinc}\left(\frac{\alpha_c}{2} m\right) F_s(m, n) \cos(\alpha_c m + n\theta_r). \\
&= -2\mu_0 R L N_{ct}^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{self}(m, n) F_s(m, n) \cos(\alpha_c m + n\theta_r)
\end{aligned} \tag{4.37}$$

$k_{self}(m, n)F_s(m, n)$ 는 $m = -p\frac{n}{2}$ 에 대하여 대칭이므로 다음이 성립한다.

$$k_{self}(m, n)F_s(m, n) = k_{self}(-m - pn, n)F_s(-m - pn, n). \tag{4.38}$$

식 (4.38)을 통해 (4.37)을 계속 정리하면 다음과 같다.



(가) 2차원 그림

(나) 3차원 그림

그림 4-34. 40°M 코일 피치에서의 $k_{mut}(m, n)$

$$L_{ab} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(n) \cos\left(\theta_r - \frac{p}{2} \alpha_c\right). \tag{4.39}$$

여기에서 n 차의 인덕턴스 $M(n)$ 은 아래와 같이 표현된다.

$$M(n) = \mu_0 R L N_{ct}^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{mut}(m, n) F_s(m, n). \tag{4.40}$$

$k_{mut}(m, n)$ 은 아래와 같다.

$$k_{mut}(m, n) \triangleq k_{self}(m, n) \cos\left(\alpha_c m + \frac{p}{2} \alpha_c n\right). \tag{4.41}$$

$k_{self}(m, n)$ 과 마찬가지로 $k_{mut}(m, n)$ 은 코일 피치에 따른 상호 인덕턴스의 특성을 나타내는 지표로 사용될 수 있다. 그림 4-34은 40°M 코일 피치에서의 $k_{mut}(m, n)$ 을 나타낸다.

한편 식 (4.32)-(4.34)와 같은 방식으로 $M(n)=M(-n)$ 임을 유도할 수 있다. 이 특성을 통해 식 (4.39)는 아래와 같이 간략해진다.

$$L_{ab}(\theta_r) = M(0) + \sum_{n=1}^{\infty} 2M(n) \cos n \left(\theta_r - \frac{p}{2} \alpha_c \right). \quad (4.42)$$

그리고 식 (4.42)을 일반화하여서 임의의 코일 Cx와 Cy의 상호 인덕턴스는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$L_{Cx-Cy}(\theta_r) = M_{Cx-Cy}(0) + \sum_{n=1}^{\infty} M_{Cx-Cy}(n) \cos n \left(\theta_r - \frac{p}{2} \alpha_c (y-x) \right). \quad (4.43)$$

여기서 x와 y는 코일 번호를 의미한다.

4.2.3 상 권선의 인덕턴스

이 절에서는 우선 상 인덕턴스에 대한 일반적인 수식을 전개 후 전동기의 각 권선법에 따라서 코일 인덕턴스가 상 인덕턴스로 변환되는 과정을 유도한다.

4.2.3.1 상 인덕턴스의 일반 수식

전동기의 슬롯 개수와 같은 S개의 코일이 상 권선으로 묶이지 않았다면 각각의 코일은 개별적인 전류와 쇄교 자속을 가지고 있다고 생각할 수 있다. 코일의 전류와 쇄교 자속을 나타내는 열 행렬을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{i}_{\text{coil}} \triangleq \begin{bmatrix} i_{c_1} \\ \vdots \\ i_{c_s} \end{bmatrix} \text{ and } \boldsymbol{\lambda}_{\text{coil}} \triangleq \begin{bmatrix} \lambda_{c_1} \\ \vdots \\ \lambda_{c_s} \end{bmatrix}. \quad (4.44)$$

또한 다음과 같이 코일 인덕턴스 행렬을 정의할 수 있다.

$$\mathbf{L}_{\text{coil}} \triangleq \begin{bmatrix} L_{c_1-c_1} & \cdots & L_{c_1-c_s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{c_s-c_1} & \cdots & L_{c_s-c_s} \end{bmatrix}. \quad (4.45)$$

코일 인덕턴스 행렬을 통해서 다음과 같이 $\boldsymbol{\lambda}_{\text{coil}}$ 과 \mathbf{i}_{coil} 의 관계를 규정지을 수 있다.

$$\boldsymbol{\lambda}_{\text{coil}} = \mathbf{L}_{\text{coil}} \cdot \mathbf{i}_{\text{coil}}. \quad (4.46)$$

식 (4.35), (4.43)에서와 같이 인덕턴스는 θ_r 과 관계 없는 일정한 성분($n=0$)과 함께 θ_r 에 대한 수 많은 고조파 성분들의 합으로 표현되기 때문에 \mathbf{L}_{coil} 은 아래와 같이 표현된다.

$$\mathbf{L}_{\text{coil}} = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{L}_{\text{coil}_H}(n) = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{bmatrix} L_{c_1-c_1-H}(n) & \cdots & L_{c_1-c_s-H}(n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{c_s-c_1-H}(n) & \cdots & L_{c_s-c_s-H}(n) \end{bmatrix}. \quad (4.47)$$

3상 전류 및 쇄교 자속을 나타내는 열 행렬 $\boldsymbol{\lambda}_{\text{abcs}}$ 와 \mathbf{i}_{abcs} 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\boldsymbol{\lambda}_{\text{abcs}} \triangleq \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} \text{ and } \mathbf{i}_{\text{abcs}} \triangleq \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}. \quad (4.48)$$

식 (4.49)와 같이 상 인덕턴스 행렬을 정의하면, 상 쇄교 자속을 식 (4.50)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{L}_{\text{abcs}} \triangleq \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}. \quad (4.49)$$

$$\lambda_{\text{abcs}} = \mathbf{L}_{\text{abcs}} \cdot \mathbf{i}_{\text{abcs}}. \quad (4.50)$$

코일 쇄교 자속에 대한 표현인 식 (4.46)을 식 (4.50)으로 변환하기 위하여 \mathbf{W} 라는 변환 행렬을 도입하였다. \mathbf{W} 는 전동기의 권선법에 따라 코일의 연결을 나타내는 행렬이다. 전동기의 극/슬롯 조합에 따른 권선법에 따라서 수 많은 \mathbf{W} 를 정의할 수 있다. \mathbf{W} 를 사용하여 다음과 같이 코일과 상의 전류와 쇄교 자속의 관계를 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{i}_{\text{coil}} = \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{i}_{\text{abcs}}. \quad (4.51)$$

$$\lambda_{\text{abcs}} = \mathbf{W} \cdot \lambda_{\text{coil}}. \quad (4.52)$$

식 (4.46), (4.51)-(4.52)를 통해 다음의 관계를 유도할 수 있다.

$$\lambda_{\text{abcs}} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{L}_{\text{coil}} \cdot \mathbf{W}^T \cdot \mathbf{i}_{\text{abcs}}. \quad (4.53)$$

식 (4.50)과 (4.53)을 비교해보면 상 인덕턴스 행렬이 다음과 같이 표현된다는 것을 알 수 있다.

$$\mathbf{L}_{\text{abc}} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{L}_{\text{coil}} \cdot \mathbf{W}^T. \quad (4.54)$$

\mathbf{L}_{abcs} 또한 식 (4.47)과 같이 일정한 직류 성분과 함께 여러 고조파 성분들의 합으로 생각하면 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{L}_{\text{abcs}} = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{L}_{\text{abcs_H}}(n) = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{bmatrix} L_{aa_H}(n) & L_{ab_H}(n) & L_{ac_H}(n) \\ L_{ba_H}(n) & L_{bb_H}(n) & L_{bc_H}(n) \\ L_{ca_H}(n) & L_{cb_H}(n) & L_{cc_H}(n) \end{bmatrix}. \quad (4.55)$$

$\mathbf{L}_{\text{abcs_H}}(n)$ 은 아래의 식을 만족한다.

$$\mathbf{L}_{\text{abcs_H}}(n) = \mathbf{W} \cdot \mathbf{L}_{\text{coil_H}}(n) \cdot \mathbf{W}^T. \quad (4.56)$$

4.2.3.2 8P9S 전동기

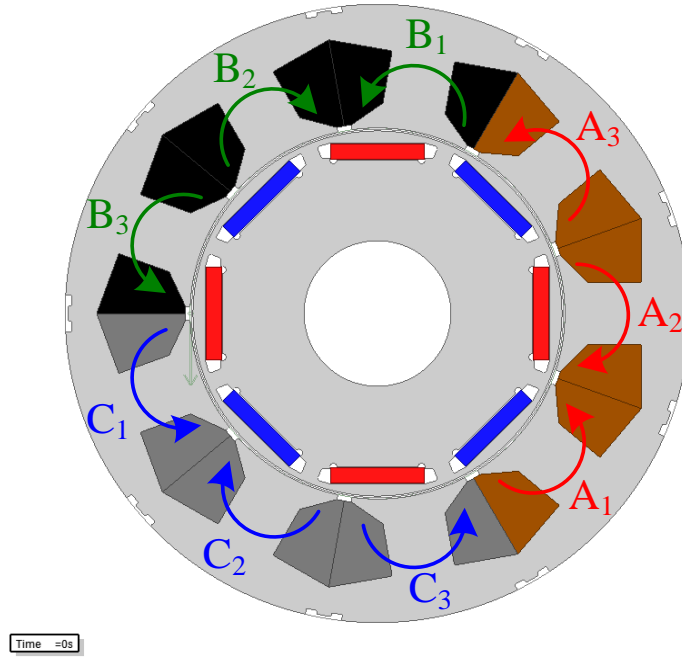


그림 4-35. 8P9S 전동기의 권선 방법

그림 4-35는 8P9S 전동기의 권선 방법을 나타낸다. 그림 4-41(가)의 코일을 위의 권선 방법으로 연결하는 것을 표현하는 권선 변환 행렬(Winding transformation matrix)은 다음과 같다.

$$\mathbf{W}_{8P9S} \triangleq \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.57)$$

코일과 코일 사이의 각도 차이인 $\alpha_c=40^\circ$ 를 전기각으로 환산하면 $p\alpha_c=160^\circ$ 이므로 상호 인덕턴스의 위상은 코일이 하나씩 멀어질 때마다 $p\frac{\alpha_c}{2}n=80^\circ n$ 씩 차이나게 된다. 이를 고려하여 코일 인덕턴스의 일반형인 식 (4.35), (4.43)을 8P9S 전동기에 적용하면 그림 4-41(가)의 코일들에 대한 n 차 인덕턴스 행렬인 $\mathbf{L}_{\text{coil_H}}(n)$ 은 식 (4.58)과 같이 표현된다. 식 (4.58)에서 $L(n)$ 은 식 (4.35)로 표현되는 자기 인덕턴스이며, $M_x(n)$ 은 식 (4.43)으로 표현되는 상호 인덕턴스이다. $M_x(n)$ 의 아래 첨자 x 는 두 코일 번호 간의 차이를 나타낸다.

예를 들어 C_1 과 C_3 간의 상호 인덕턴스는 $M_2(n)$ 으로 표현된다. 가우스의 법칙에 의하면 특정 코일의 여자에 의해서 공극 안으로 들어온 자속은 전부 공극을 통하여 다시 빠져 나가야 한다. 따라서 식 (4.58)의 각 행 혹은 각 열의 합은 영이되며, 이를 식으로 정리하면 아래와 같다.

$$L(n) + 2M_1(n)\cos np\frac{\alpha_c}{2} + 2M_2(n)\cos 2np\frac{\alpha_c}{2} + 2M_3(n)\cos 3np\frac{\alpha_c}{2} + 2M_4(n)\cos 4np\frac{\alpha_c}{2} = 0. \quad (4.59)$$

식 (4.57)과 (4.58)을 이용해서 식 (4.56)을 풀면 식 (4.60)과 같은 $\mathbf{L}_{\text{abcs_H}}(n)$ 의 표현을 얻을 수 있다. 식 (4.60)을 더 정리하면 아래와 같다.

$$\mathbf{L}_{\text{abcs_H}}(n) = \begin{bmatrix} L_{ph}(n)\cos n\theta_r & M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r + 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & L_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r + 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_{ph}(n)\cos n\theta_r \\ M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r + 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_{ph}(n)\cos n\theta_r & L_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (4.61)$$

전동기 인덕턴스의 기본파는 2고조파이므로 식 (4.61)의 $L_{ph}(n)$ 과 $M_{ph}(n)$ 은 홀수의 n 에서는 값이 영이 된다. 식 (4.61)에 8P9S 전동기에서 대한 $p\alpha_c=160^\circ$ 를 대입하고 짝수인 n 에 대해서만 고려하면 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$\mathbf{L}_{\text{abcs_H}}(n) = \begin{bmatrix} L_{ph}(n)\cos n\theta_r & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ) \\ M_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) & L_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ) & M_{ph}(n)\cos n\theta_r \\ M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ) & M_{ph}(n)\cos n\theta_r & L_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) \end{bmatrix}. \quad (4.62)$$

$L_{ph}(n)$ 과 $M_{ph}(n)$ 은 각각 상 인덕턴스 행렬에서의 자기 인덕턴스와 상호 인덕턴스를 의미한다. 8P9S 전동기에 대한 $L_{ph}(n)$ 과 $M_{ph}(n)$ 은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} L_{ph}(n) &= \left\{1 + 2\cos 2np\frac{\alpha_c}{2}\right\}L(n) - 4\cos np\frac{\alpha_c}{2}M_1(n) + 2M_2(n) \\ M_{ph}(n) &= M_1(n) - 2\cos np\frac{\alpha_c}{2}M_2(n) + \left\{1 + 2\cos 2np\frac{\alpha_c}{2}\right\}M_3(n) + \left\{1 - 2\cos np\frac{\alpha_c}{2}\right\}M_4(n) \end{aligned}. \quad (4.63)$$

식 (4.63)은 코일 인덕턴스와 상 인덕턴스 계수간의 관계를 나타낸다. 이 관계를 다음과 같이 \mathbf{D}_{8P9S} 행렬을 정의해서 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} L_{ph}(n) \\ M_{ph}(n) \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{8P9S} \cdot [L(n) \ M_1(n) \ M_2(n) \ M_3(n) \ M_4(n)]^T. \quad (4.64)$$

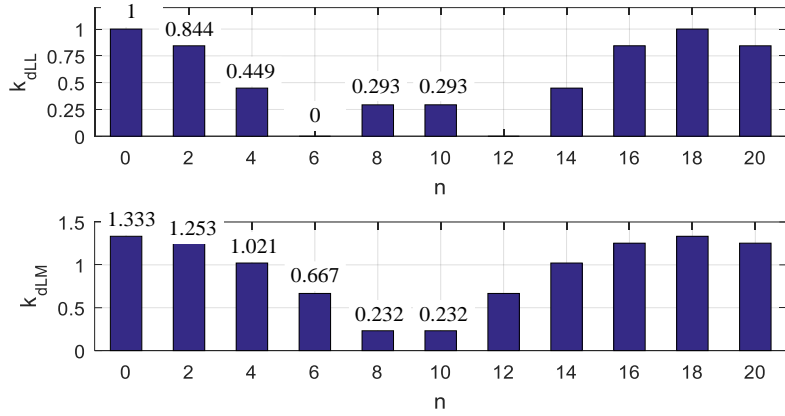


그림 4-36. 8P9S 전동기의 $k_{dLL}(n)$ 과 $k_{dLM}(n)$

\mathbf{D}_{8P9S} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{D}_{8P9S} = \begin{bmatrix} 1 + 2\cos 2np \frac{\alpha_c}{2} & -4\cos np \frac{\alpha_c}{2} & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2\cos np \frac{\alpha_c}{2} & 1 + 2\cos 2np \frac{\alpha_c}{2} & 1 - 2\cos np \frac{\alpha_c}{2} \end{bmatrix}. \quad (4.65)$$

부록 B.1.2에서 코일을 분포시키는 방법에 따른 권선 특성을 나타내는 지표로 사용된 분포 계수 k_{dh} 와 마찬가지로, \mathbf{D}_{8P9S} 는 8P9S 전동기의 권선법 의한 인덕턴스 특성을 나타낸다. 이를 지표화하기 위해 다음과 같은 인덕턴스에서의 분포 계수를 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} k_{dLL}(n) &\triangleq |\mathbf{D}_{8P9S}(1,1)| / (S/3) = \frac{1}{3} \left| 1 + 2\cos 2np \frac{\alpha_c}{2} \right| \\ k_{dLM}(n) &\triangleq |\mathbf{D}_{8P9S}(1,2)| / (S/3) = \frac{4}{3} \left| \cos np \frac{\alpha_c}{2} \right| \\ k_{dMM}(n) &\triangleq |\mathbf{D}_{8P9S}(2,2)| / (S/3) = \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (4.66)$$

위의 식에서 $S/3$ 은 상당 코일 수를 의미한다. 그림 4-36은 $k_{dLL}(n)$ 과 $k_{dLM}(n)$ 을 고조파 차수 n 에 따라 도시한 것이다. $k_{dLL}(n)$ 과 $k_{dLM}(n)$ 모두 고조파 차수가 올라감에 따라 크기가 작아지는 것을 볼 수 있는데, 이는 코일 인덕턴스에 있는 고차 고조파 성분들은 상 인덕턴스에서는 저감되어서 보이게 된다는 것을 의미한다. 특히 $k_{dLL}(n)$ 는 주 고조파 대역인 $n=4, 6, 8$ 에 대해서 저감 효과가 크며 $n=6$ 에 대해서는 고조파 인덕턴스를 완전히 제거하게 된다.

식 (4.66)에서 $k_{dLM}(n)$ 의 값이 상당히 큰데, 이는 그림 4-35에서 알 수 있듯이 한 상에 해당하는 세 코일이 모두 인접하여 $M_l(n)$ 가 $L_{ph}(n)$ 에 상당히 많이 기여하기 때문이다. SPP=0.5인 경우를 제외한 FSCW에서는 인접한 코일이 한 상을 이루게 되기 때문에 일반적으로 이러한 특성을 가지며 상 자기 인덕턴스가 매우 커지게 된다. 그 대신 FSCW에서는 $k_{dMM}(n)$ 의 값이 작기 때문에 상에서의 상호 인덕턴스는 작아진다.

4.2.3.3 8P12S 전동기

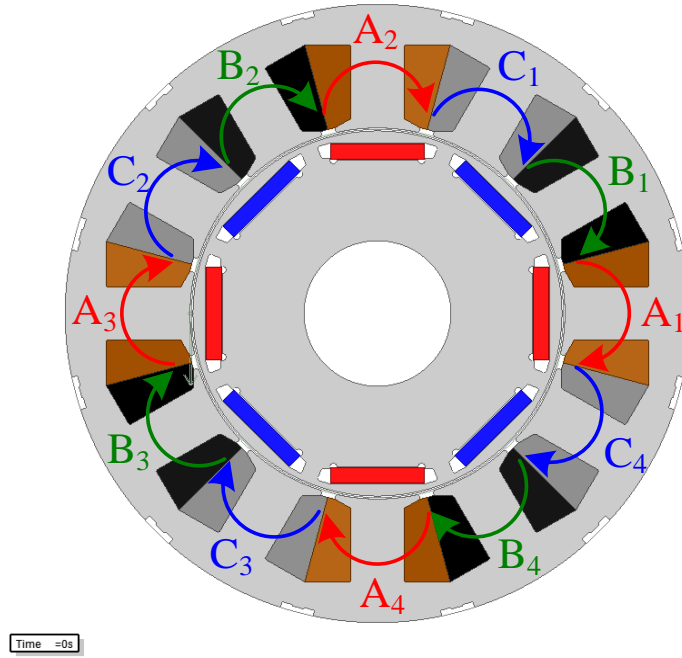


그림 4-37. 8P9S 전동기의 권선 방법

그림 4-37는 8P12S 전동기의 권선 방법을 나타낸다. 그림 4-41(나)의 코일을 위의 권선 방법으로 연결하는 것을 표현하는 권선 변환 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{W}_{8P12S} \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.67)$$

8P12S 전동기에서 코일과 코일 사이의 각도 차이인 $\alpha_c=30^\circ$ 를 전기각으로 환산하면 $p\alpha_c=120^\circ$ 이므로 상호 인덕턴스의 위상은 코일이 하나씩 멀어질 때마다 $p\frac{\alpha_c}{2}n=60^\circ n$ 씩 차이나게 된다. 이러한 특성을 고려해서 8P12S 전동기의 $\mathbf{L}_{\text{coil_H}}(n)$ 을 표현하면 아래와 같다.

$$\mathbf{L}_{\text{coil_H}}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{8P12S_1}(n) & \mathbf{L}_{8P12S_4}(n) & \mathbf{L}_{8P12S_3}(n) & \mathbf{L}_{8P12S_2}(n) \\ \mathbf{L}_{8P12S_2}(n) & \mathbf{L}_{8P12S_1}(n) & \mathbf{L}_{8P12S_4}(n) & \mathbf{L}_{8P12S_3}(n) \\ \mathbf{L}_{8P12S_3}(n) & \mathbf{L}_{8P12S_2}(n) & \mathbf{L}_{8P12S_1}(n) & \mathbf{L}_{8P12S_4}(n) \\ \mathbf{L}_{8P12S_4}(n) & \mathbf{L}_{8P12S_3}(n) & \mathbf{L}_{8P12S_2}(n) & \mathbf{L}_{8P12S_1}(n) \end{bmatrix}. \quad (4.68)$$

식 (4.68)에서 반복되는 행렬 성분인 $\mathbf{L}_{8P12S_1}(n) - \mathbf{L}_{8P12S_4}(n)$ 은 다음과 같다.

$$\mathbf{L}_{8P12S_1}(n) \triangleq \begin{bmatrix} L(n)\cos n\theta_r & M_1(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_2(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_1(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_1(n)\cos n\theta_r \\ M_2(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_1(n)\cos n\theta_r & L(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (4.69)$$

$$\mathbf{L}_{8P12S_2}(n) \triangleq \begin{bmatrix} M_3(n)\cos n\theta_r & M_2(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_1(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_4(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_3(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_2(n)\cos n\theta_r \\ M_5(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_4(n)\cos n\theta_r & M_3(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (4.70)$$

$$\mathbf{L}_{8P12S_3}(n) \triangleq \begin{bmatrix} M_6(n)\cos n\theta_r & M_5(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_4(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_5(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_6(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_5(n)\cos n\theta_r \\ M_4(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_5(n)\cos n\theta_r & M_6(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (4.71)$$

$$\mathbf{L}_{8P12S_4}(n) \triangleq \begin{bmatrix} M_3(n)\cos n\theta_r & M_4(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_5(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_2(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_3(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_4(n)\cos n\theta_r \\ M_1(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_2(n)\cos n\theta_r & M_3(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (4.72)$$

8P12S 전동기에서도 마찬가지로 가우스의 법칙에 의해 식 (4.68)의 각 행 혹은 각 열의 합은 영이되며, 이를 식으로 정리하면 아래의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\{M_1(n) + M_2(n) + M_4(n) + M_5(n)\} = k_{ML}(n) \cdot \{L(n) + 2M_3(n) + M_6(n)\}. \quad (4.73)$$

$k_{ML}(n)$ 은 아래와 같이 정의된 계수를 의미한다.

$$k_{ML}(n) = -\frac{1}{2\cos np\frac{\alpha_c}{2}}. \quad (4.74)$$

식 (4.73)에 따라 $L(n)$, $M_3(n)$, $M_6(n)$ 의 값만 구하면 $M_1(n)$, $M_2(n)$, $M_4(n)$, $M_5(n)$ 의 합이 정해지게 된다.

식 (4.67)에 정의된 8P12S 전동기에 대한 상 권선 변환 행렬인 \mathbf{W}_{8P12S} 를 이용해서 식 (4.56)의 연산을 하면 8P12S 전동기의 $\mathbf{L}_{abcs_H}(n)$ 은

다음 식과 같은 형태로 표현된다.

$$\mathbf{L}_{\text{abs_H}}(n) = \begin{bmatrix} L_{ph}(n)\cos n\theta_r & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ) \\ M_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) & L_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ) & M_{ph}(n)\cos n\theta_r \\ M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ) & M_{ph}(n)\cos n\theta_r & L_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) \end{bmatrix}. \quad (4.75)$$

이 행렬은 8P9S의 경우인 식 (4.62)와 같은 형태이다. 8P12S 전동기에서도 마찬가지로 $L_{ph}(n)$ 과 $M_{ph}(n)$ 을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} L_{ph}(n) &= 4\{L(n) + 2M_3(n) + M_6(n)\} \\ M_{ph}(n) &= 4\{M_1(n) + M_2(n) + M_4(n) + M_5(n)\}. \end{aligned} \quad (4.76)$$

식 (4.76)를 이용하여 $L_{ph}(n)$ 과 $M_{ph}(n)$ 을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} L_{ph}(n) \\ M_{ph}(n) \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{8P12S} \cdot [L(n) \ M_1(n) \ M_2(n) \ M_3(n) \ M_4(n) \ M_5(n) \ M_6(n)]^T. \quad (4.77)$$

\mathbf{D}_{8P12S} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{D}_{8P12S} = 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.78)$$

식 (4.65)의 \mathbf{D}_{8P9S} 와는 달리 \mathbf{D}_{8P12S} 는 차수 n 과 관계없이 일정한 값을 가진다. 식 (4.66)에서 정의한 인덕턴스에서의 분포계수를 계산해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} k_{dLL}(n) &= 1 \\ k_{dLM}(n) &= 0. \\ k_{dMM}(n) &= 1 \end{aligned} \quad (4.79)$$

즉 8P12S 권선에서는 코일 인덕턴스의 고조파 성분이 모두 상 인덕턴스에 나타나기 때문에 8P9S 권선에서 처럼 인덕턴스의 고차 고조파 성분의 상쇄 효과를 기대할 수는 없다. 또한 8P12S에서는 $k_{dLM}(n)$ 이 영이기 때문에 코일이 인덕턴스가 상 자기 인덕턴스로 집중되는 현상이 나타나지 않으며 상 상호 인덕턴스는 타 FSCW 전동기에 비하여 큰 특성이 있다.

한편 식 (4.73)과 (4.77)를 통해 $L_{ph}(n)$ 과 $M_{ph}(n)$ 이 다음의 관계를 가지게 된다.

$$M_{ph}(n) = k_{ML}(n) \cdot L_{ph}(n). \quad (4.80)$$

식 (4.80)에 의해서 $L_{ph}(n)$ 의 값을 알고 있으면 $M_{ph}(n)$ 는 따로 계산하지 않아도 얻을 수 있다. 즉 식 (4.77)에 따라 $L(n)$, $M_3(n)$, $M_6(n)$ 의 값만 구하면 식 (4.75)의 상 인덕턴스 행렬이 정해지기 때문에 $M_1(n)$, $M_2(n)$, $M_4(n)$, $M_5(n)$ 를 따로 계산하지 않아도 된다. 또한 식 (4.80)에 의해 8P12S 전동기에 대해서는 평균($n=0$) 및 기본파($n=2$)의 상 인덕턴스가 식 (3.52)의 이상적인 IPMSM의 것과 같은 형태를 가지게 된다.

4.2.3.4 10P9S 전동기

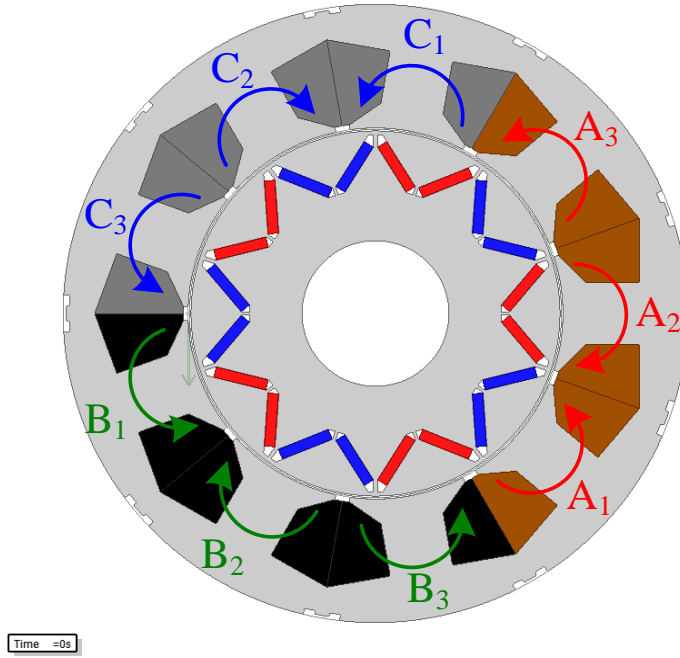


그림 4-38. 10P9S 전동기의 권선 방법

그림 4-38은 10P9S 전동기의 권선 방법을 나타낸다. 그림 4-41(다)의 코일을 위의 권선 방법으로 연결하는 것을 표현하는 권선 변환 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{W}_{10P9S} \triangleq \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.81)$$

10P9S 전동기의 경우 코일간의 각도 차이인 $\alpha_c=40^\circ$ 를 전기각으로 환산하면 $p\alpha_c=200^\circ$ 이므로 상호 인덕턴스의 위상은 코일이 하나씩 멀어질 때마다 $p\frac{\alpha_c}{2}n=100^\circ n$ 씩 차이난다. 이를 고려하여 10P9S 전동기의 행렬인 $\mathbf{L}_{coil_H}(n)$ 을 구해보면 8P9S의 것과 같은 식 (4.58)의 형태로 표현된다. 다만 회전자의 극수가 다르므로 인덕턴스의 위상이 달라진다. 10P9S 전동기 또한 가우스의 법칙에 의해 다음의 식이 성립한다.

$$L(n) + 2M_1(n)\cos np\frac{\alpha_c}{2} + 2M_2(n)\cos 2np\frac{\alpha_c}{2} + 2M_3(n)\cos 3np\frac{\alpha_c}{2} + 2M_4(n)\cos 4np\frac{\alpha_c}{2} = 0. \quad (4.82)$$

$$\mathbf{L}_{\text{abs,H}}(n) = \mathbf{W}_{\text{SP10S}} \cdot \mathbf{L}_{\text{coll,H}}(n) \cdot \mathbf{W}_{\text{SP10S}}^T$$

$$= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L(n) \cos n \theta_r - M_1(n) \cos n \left(\theta_r - p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_1(n) \cos n \left(\theta_r + p \frac{\alpha_c}{2} \right) \\ -M_1(n) \cos n \left(\theta_r - p \frac{\alpha_c}{2} \right) + L(n) \cos n \left(\theta_r - 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_2(n) \cos n \theta_r \\ -M_1(n) \cos n \left(\theta_r + p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_2(n) \cos n \theta_r + L(n) \cos n \left(\theta_r + 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -M_4(n) \cos n \left(\theta_r + 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_4(n) \cos n \left(\theta_r + 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_3(n) \cos n \left(\theta_r - 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) \\ +M_3(n) \cos n \left(\theta_r + 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_4(n) \cos n \left(\theta_r + 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_2(n) \cos n \left(\theta_r + 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) \\ -M_2(n) \cos n \left(\theta_r + 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_3(n) \cos n \left(\theta_r + p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_1(n) \cos n \left(\theta_r + 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -M_2(n) \cos n \left(\theta_r - 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_1(n) \cos n \left(\theta_r - 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_3(n) \cos n \left(\theta_r - p \frac{\alpha_c}{2} \right) \\ +M_3(n) \cos n \left(\theta_r - 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_2(n) \cos n \left(\theta_r - 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_4(n) \cos n \left(\theta_r - 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) \\ -M_4(n) \cos n \left(\theta_r - 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_3(n) \cos n \left(\theta_r + 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_4(n) \cos n \left(\theta_r - 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} -M_4(n) \cos n \left(\theta_r + 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_3(n) \cos n \left(\theta_r + 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_2(n) \cos n \left(\theta_r + 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) \\ +M_4(n) \cos n \left(\theta_r + 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_4(n) \cos n \left(\theta_r + 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_3(n) \cos n \left(\theta_r + p \frac{\alpha_c}{2} \right) \\ +M_3(n) \cos n \left(\theta_r - 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_2(n) \cos n \left(\theta_r + 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_1(n) \cos n \left(\theta_r + 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} L(n) \cos n \left(\theta_r - p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_1(n) \cos n \left(\theta_r - 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_2(n) \cos n \left(\theta_r - 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) \\ +M_1(n) \cos n \left(\theta_r - 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) - L(n) \cos n \left(\theta_r - 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_1(n) \cos n \left(\theta_r - 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) \\ +M_2(n) \cos n \left(\theta_r - 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_1(n) \cos n \left(\theta_r - 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) + L(n) \cos n \left(\theta_r + 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} M_3(n) \cos n \left(\theta_r + 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_4(n) \cos n \left(\theta_r + p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_4(n) \cos n \theta_r \\ -M_2(n) \cos n \left(\theta_r + p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_3(n) \cos n \theta_r - M_4(n) \cos n \left(\theta_r - p \frac{\alpha_c}{2} \right) \\ +M_1(n) \cos n \theta_r - M_2(n) \cos n \left(\theta_r - p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_3(n) \cos n \left(\theta_r - 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} L(n) \cos n \left(\theta_r - 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_1(n) \cos n \left(\theta_r + 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) + M_2(n) \cos n \left(\theta_r + 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) \\ -M_1(n) \cos n \left(\theta_r + 4p \frac{\alpha_c}{2} \right) + L(n) \cos n \left(\theta_r + 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_1(n) \cos n \left(\theta_r + 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) \\ +M_2(n) \cos n \left(\theta_r + 3p \frac{\alpha_c}{2} \right) - M_1(n) \cos n \left(\theta_r + 2p \frac{\alpha_c}{2} \right) + L(n) \cos n \left(\theta_r + p \frac{\alpha_c}{2} \right) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \cdot (4.83)$$

식 (4.81)과 (4.58)를 이용해서 식 (4.56)을 풀면 식 (4.83)와 같은 $\mathbf{L}_{\text{abs_H}}(n)$ 의 표현을 얻을 수 있다. 식 (4.83)를 더 정리하면 아래와 같다.

$$\mathbf{L}_{\text{abs_H}}(n) = \begin{bmatrix} \underline{L_{ph}(n)\cos n\theta_r} & M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r + 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r + 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & \underline{L_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right)} & \underline{M_{ph}(n)\cos n\theta_r} \\ M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & \underline{M_{ph}(n)\cos n\theta_r} & L_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r + 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (4.84)$$

8P9S 전동기의 경우인 식 (4.61)과 비교하면 식 (4.84)에서 밑줄친 부분은 동일하며 나머지 성분들의 위상이 바뀐 형태가 된다. 식 (4.84)에 8P10S 전동기에서 대한 $p\alpha_c=200^\circ$ 를 대입하고 짝수인 n 에 대해서만 고려하면 아래와 같이 표현된다.

$$\mathbf{L}_{\text{abs_H}}(n) = \begin{bmatrix} L_{ph}(n)\cos n\theta_r & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ) \\ M_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) & \underline{L_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ)} & \underline{M_{ph}(n)\cos n\theta_r} \\ M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ) & \underline{M_{ph}(n)\cos n\theta_r} & L_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) \end{bmatrix}. \quad (4.85)$$

이 행렬은 8P9S의 경우인 식 (4.62)와 같은 형태이다. 여기서 10P9S 전동기에 대한 $L_{ph}(n)$ 과 $M_{ph}(n)$ 는 8P9S인 식 (4.63)과 같은 형태로 표현된다. 따라서 10P9S의 경우에도 식 (4.86)과 같은 표현을 사용할 수 있고 식 (4.87)과 같이 $\mathbf{D}_{10P9S} = \mathbf{D}_{8P9S}$ 이다.

$$\begin{bmatrix} L_{ph}(n) \\ M_{ph}(n) \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{10P9S} \cdot [L(n) \ M_1(n) \ M_2(n) \ M_3(n) \ M_4(n)]^T. \quad (4.86)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{10P9S} &= \mathbf{D}_{8P9S} \\ &= \begin{bmatrix} 1 + 2\cos 2np\frac{\alpha_c}{2} & -4\cos np\frac{\alpha_c}{2} & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2\cos np\frac{\alpha_c}{2} & 1 + 2\cos 2np\frac{\alpha_c}{2} & 1 - 2\cos np\frac{\alpha_c}{2} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.87)$$

4.2.3.5 10P12S 전동기

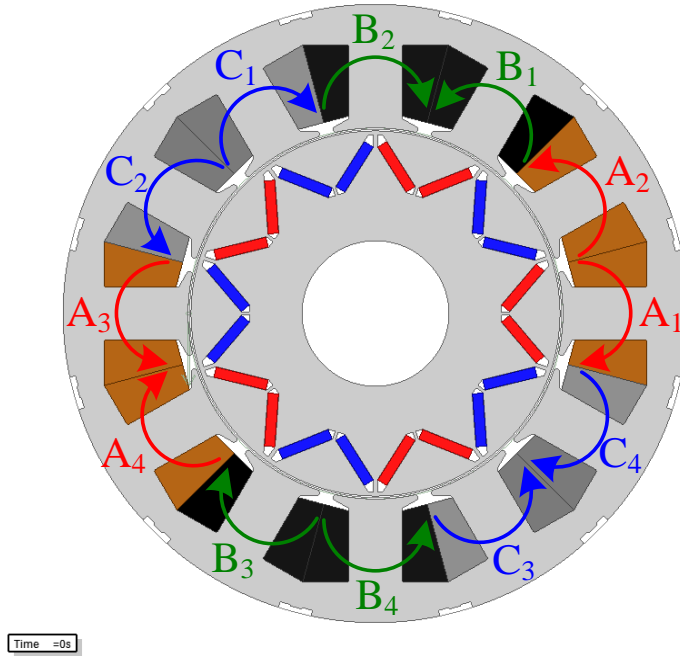


그림 4-39. 10P12S 전동기의 권선 방법

그림 4-39는 10P12S 전동기의 권선 방법을 나타낸다. 그림 4-41(라)에 도시한 12개의 코일을 위의 권선 방법으로 연결하는 것을 표현하는 권선 변환 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{W}_{10P12S} \triangleq \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.88)$$

10P12S 전동기에서 코일과 코일 사이의 각도 차이인 $\alpha_c=30^\circ$ 를 전기각으로 환산하면 $p\alpha_c=150^\circ$ 이므로 상호 인덕턴스의 위상은 코일이 하나씩 멀어질 때마다 $p\frac{\alpha_c}{2}n=75^\circ n$ 씩 차이나게 된다. 이러한 특성을 고려해서 10P12S 전동기의 $\mathbf{L}_{\text{coil_H}}(n)$ 을 표현하면 아래와 같다.

$$\mathbf{L}_{\text{coil_H}}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{10P12S_1}(n) & \mathbf{L}_{10P12S_2}(n) \\ \mathbf{L}_{10P12S_2}(n) & \mathbf{L}_{10P12S_1}(n) \end{bmatrix}. \quad (4.89)$$

식 (4.89)에서 반복되는 행렬 성분인 $\mathbf{L}_{10P12S_1}(n)$ - $\mathbf{L}_{10P12S_2}(n)$ 은 식 (4.90)-(4.91)과 같다. 이 경우 가우스의 법칙에 의해 식 (4.92)가 성립한다.

$$\mathbf{L}_{10P12S_1}(n) = \begin{bmatrix} L(n)\cos n\theta_r & M_1(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_2(n)\cos n\left(\theta_r - 2p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_3(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_4(n)\cos n\left(\theta_r - 4p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_5(n)\cos n\left(\theta_r - 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_1(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_r - 2p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_1(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_2(n)\cos n\left(\theta_r - 4p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_3(n)\cos n\left(\theta_r - 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_4(n)\cos n\left(\theta_r - 6p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_2(n)\cos n\left(\theta_r - 2p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_1(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_r - 4p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_1(n)\cos n\left(\theta_r - 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_2(n)\cos n\left(\theta_r - 6p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_3(n)\cos n\left(\theta_r + 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_3(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_2(n)\cos n\left(\theta_r - 4p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_1(n)\cos n\left(\theta_r - 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_r - 6p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_1(n)\cos n\left(\theta_r + 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_2(n)\cos n\left(\theta_r + 4p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_4(n)\cos n\left(\theta_r - 4p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_3(n)\cos n\left(\theta_r - 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_2(n)\cos n\left(\theta_r - 6p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_1(n)\cos n\left(\theta_r + 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_r + 4p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_1(n)\cos n\left(\theta_r + 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_5(n)\cos n\left(\theta_r - 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_4(n)\cos n\left(\theta_r - 6p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_3(n)\cos n\left(\theta_r + 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_2(n)\cos n\left(\theta_r + 4p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_1(n)\cos n\left(\theta_r + 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_r + 2p\frac{\alpha_c}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (4.90)$$

$$\mathbf{L}_{10P12S_2}(n) = \begin{bmatrix} M_6(n)\cos n\left(\theta_r - 6p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_5(n)\cos n\left(\theta_r + 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_4(n)\cos n\left(\theta_r + 4p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_3(n)\cos n\left(\theta_r + 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_2(n)\cos n\left(\theta_r + 2p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_1(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_5(n)\cos n\left(\theta_r + 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_6(n)\cos n\left(\theta_r + 4p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_5(n)\cos n\left(\theta_r + 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_4(n)\cos n\left(\theta_r + 2p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_3(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_2(n)\cos n\theta_r \\ M_4(n)\cos n\left(\theta_r + 4p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_5(n)\cos n\left(\theta_r + 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_6(n)\cos n\left(\theta_r + 2p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_5(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_4(n)\cos n\theta_r & M_3(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_3(n)\cos n\left(\theta_r + 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_4(n)\cos n\left(\theta_r + 2p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_5(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_6(n)\cos n\theta_r & M_5(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_4(n)\cos n\left(\theta_r - 2p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_2(n)\cos n\left(\theta_r + 2p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_3(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_4(n)\cos n\theta_r & M_5(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_6(n)\cos n\left(\theta_r - 2p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_5(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_1(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_2(n)\cos n\theta_r & M_3(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_4(n)\cos n\left(\theta_r - 2p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_5(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_6(n)\cos n\left(\theta_r - 4p\frac{\alpha_c}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (4.91)$$

$$L(n) + 2M_1(n)\cos np\frac{\alpha_c}{2} + 2M_2(n)\cos 2np\frac{\alpha_c}{2} + 2M_3(n)\cos 3np\frac{\alpha_c}{2} + 2M_4(n)\cos 4np\frac{\alpha_c}{2} + 2M_5(n)\cos 5np\frac{\alpha_c}{2} - M_6(n) = 0. \quad (4.92)$$

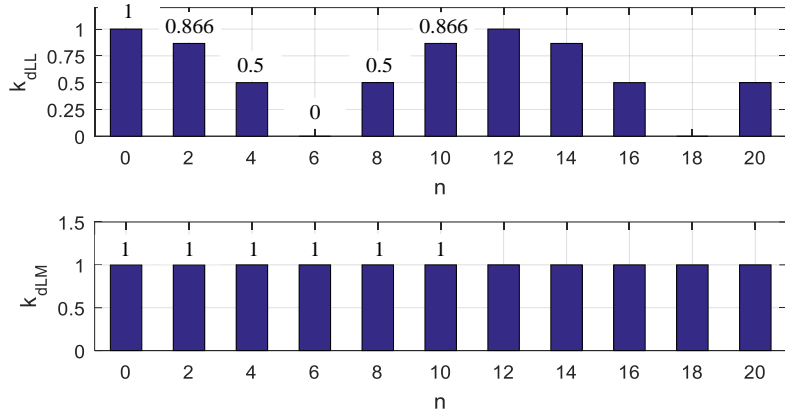


그림 4-40. 8P12S 전동기의 $k_{dLL}(n)$ 과 $k_{dLM}(n)$

식 (4.89)와 (4.88)을 이용해서 식 (4.56)을 풀면 n 차 상 인덕턴스 행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{L}_{\text{abs_H}}(n) = \begin{bmatrix} L_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r - p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r - 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) & L_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r - 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r + 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r + p\frac{\alpha_c}{2}\right) & M_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r + 5p\frac{\alpha_c}{2}\right) & L_{ph}(n)\cos n\left(\theta_r + 3p\frac{\alpha_c}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (4.93)$$

여기서 10P12S 전동기에 대한 $L_{ph}(n)$ 과 $M_{ph}(n)$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} L_{ph}(n) \\ M_{ph}(n) \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{10P12S} \cdot [L(n) \ M_1(n) \ M_2(n) \ M_3(n) \ M_4(n) \ M_5(n) \ M_6(n)]^T. \quad (4.94)$$

\mathbf{D}_{10P12S} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{D}_{10P12S} = \begin{bmatrix} 4\cos np\frac{\alpha_c}{2} & -4 & 0 & 0 & 0 & -4 & 4\cos np\frac{\alpha_c}{2} \\ 0 & 2 & -4\cos np\frac{\alpha_c}{2} & 4 & -4\cos np\frac{\alpha_c}{2} & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.95)$$

식 (4.66)에서 정의한 인덕턴스에서의 분포계수를 10P12S 전동기의 권선에 대해 구해보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} k_{dLL}(n) &= \left| \cos 2np\frac{\alpha_c}{2} \right| \\ k_{dLM}(n) &= 1 \\ k_{dMM}(n) &= 0.5 \end{aligned} \quad (4.96)$$

그림 4-40는 10P12S 전동기의 $k_{dLL}(n)$ 과 $k_{dLM}(n)$ 을 n 에 대하여 도시한

것이다. $k_{dLM}(n)$ 는 상수인 반면 $k_{dLL}(n)$ 은 $n=4, 8$ 에서 0.5가 되고 $n=6$ 에서는 0이 된다. 즉 $L(n)$ 에서 $L_{ph}(n)$ 으로 변환되는 과정에서 $n=4, 8$ 의 고조파 인덕턴스는 50%가 저감이 되며 $n=6$ 의 고조파 인덕턴스는 완전히 제거된다는 것을 알 수 있다.

10P12S 전동기에서 $p\alpha_c=150^\circ$ 이고 n 은 짝수만 유효하므로 식 (4.93)의 인덕턴스 행렬은 아래와 같이 정리된다.

$$\mathbf{L}_{\text{abcs_H}}(n) = \begin{bmatrix} L_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 75^\circ) & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 45^\circ) & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 75^\circ) \\ M_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 45^\circ) & L_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 15^\circ) & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 15^\circ) \\ M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 75^\circ) & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 15^\circ) & L_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 45^\circ) \end{bmatrix}. \quad (4.97)$$

식 (4.97)에서 인덕턴스의 위상이 대칭이 아닌 것은 식 (4.90)-(4.91)에서 사용하는 θ_r 의 기준 정지 좌표계는 A_1 코일 위치를 기준으로 정해져있는데, A상 기준에서의 정지 좌표계는 이에 15° 만큼 뒤쳐져있기 때문이다. 그림 4-39와 같이 N극이 A_1 코일에 정렬되어 있으면 코일 기준에서는 $\theta_r=0^\circ$ 이지만 상 권선에서는 $\theta_r=15^\circ$ 이 된다. 이를 고려하여서 식 (4.97)의 θ_r 을 상 권선 기준으로 변환하기 위하여 θ_r 대신 θ_r-15° 를 대입하면 다음과 같다.

$$\mathbf{L}_{\text{abcs_H}}(n) = \begin{bmatrix} L_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 90^\circ) & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ) \\ M_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) & L_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 30^\circ) & M_{ph}(n)\cos n\theta_r \\ M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ) & M_{ph}(n)\cos n\theta_r & L_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 30^\circ) \end{bmatrix}. \quad (4.98)$$

식 (4.98)에 표시한 10P12S 전동기에서 n 차 상 인덕턴스 행렬은 8P9S, 8P12S, 10P9S의 경우에 해당하는 식 (4.62)와 비교하면 자기 인덕턴스 성분의 위상이 다른 것을 알 수 있다. 자기 인덕턴스의 위상을 맞춰주기 위해서 식 (4.95)의 \mathbf{D}_{10P12S} 의 정의를 다음과 같이 바꿀 수 있다.

$$\mathbf{D}_{10P12S} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 4 & -4 & 0 & 0 & 0 & -4 & 4 \\ 0 & 2 & -4\cos np\frac{\alpha_c}{2} & 4 & -4\cos np\frac{\alpha_c}{2} & 2 & 0 \\ -4\cos np\frac{\alpha_c}{2} & 4 & 0 & 0 & 0 & 4 & -4\cos np\frac{\alpha_c}{2} \end{bmatrix} & \text{for } n = 0 \\ \begin{bmatrix} 0 & 2 & -4\cos np\frac{\alpha_c}{2} & 4 & -4\cos np\frac{\alpha_c}{2} & 2 & 0 \end{bmatrix} & \text{otherwise} \end{cases}. \quad (4.99)$$

식 (4.99)을 통해 정의된 $L_{ph}(n)$ 과 $M_{ph}(n)$ 을 사용하면 식 (4.98)는 다음과 같이 식 (4.62)와 같은 형태로 표현된다

$$\mathbf{L}_{\text{abs_H}}(n) = \begin{bmatrix} L_{ph}(n)\cos n\theta_r & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) & M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ) \\ M_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) & L_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ) & M_{ph}(n)\cos n\theta_r \\ M_{ph}(n)\cos n(\theta_r + 60^\circ) & M_{ph}(n)\cos n\theta_r & L_{ph}(n)\cos n(\theta_r - 60^\circ) \end{bmatrix}. \quad (4.100)$$

4.2.4 동기 인덕턴스

동기 좌표계 dq 인덕턴스의 계산에 사용되는 두 변환 행렬인 \mathbf{T}_{dq} 와 $\mathbf{R}(\theta)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{T}_{dq} \triangleq \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{R}(\theta) \triangleq \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (4.101)$$

정지 좌표계의 dq 쇄교 자속과 전류의 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$\boldsymbol{\lambda}_{dqs}^s \triangleq \begin{bmatrix} \lambda_{ds}^s \\ \lambda_{qs}^s \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{i}_{dqs}^s \triangleq \begin{bmatrix} i_{ds}^s \\ i_{qs}^s \end{bmatrix}. \quad (4.102)$$

$\boldsymbol{\lambda}_{abcs}$ 와 \mathbf{i}_{abcs} 는 dq 변환 행렬 (4.101)을 통해 다음과 같이 정지 좌표계 dq 쇄교 자속 및 전류로 변환된다.

$$\boldsymbol{\lambda}_{dqs}^s = \mathbf{T}_{dq} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{abcs} \quad \text{and} \quad \mathbf{i}_{dqs}^s = \mathbf{T}_{dq} \cdot \mathbf{i}_{abcs}. \quad (4.103)$$

식 (4.50), (4.103)에서 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\lambda}_{dqs}^s &= \mathbf{T}_{dq} \cdot \mathbf{L}_{abcs} \cdot \frac{3}{2} \mathbf{T}_{dq}^T \cdot \mathbf{i}_{dqs}^s \\ &= \mathbf{L}_{dqs}^s \cdot \mathbf{i}_{dqs}^s \end{aligned} \quad (4.104)$$

여기서 \mathbf{L}_{dqs}^s 는 다음과 같이 표현되는 정지 좌표계 dq 인덕턴스 행렬이다.

$$\mathbf{L}_{dqs}^s = \mathbf{T}_{dq} \cdot \mathbf{L}_{abcs} \cdot \frac{3}{2} \mathbf{T}_{dq}^T \quad (4.105)$$

\mathbf{L}_{dqs}^s 는 다음과 같이 여러 고조파 성분들의 합으로 표현된다.

$$\mathbf{L}_{dqs}^s = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{L}_{dqs_H}^s(n). \quad (4.106)$$

식 (4.106)에서 n 차 고조파 행렬인 $\mathbf{L}_{dqs_H}^s(n)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{L}_{dqs_H}^s(n) = \mathbf{T}_{dq} \cdot \mathbf{L}_{abcs_H}(n) \cdot \frac{3}{2} \mathbf{T}_{dq}^T \quad (4.107)$$

동기 좌표계의 dq 쇄교 자속과 전류의 행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$\boldsymbol{\lambda}_{dqs}^r \triangleq \begin{bmatrix} \lambda_{ds}^r \\ \lambda_{qs}^r \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{i}_{dqs}^r \triangleq \begin{bmatrix} i_{ds}^r \\ i_{qs}^r \end{bmatrix}. \quad (4.108)$$

식 (4.101)의 회전 변환 행렬 $\mathbf{R}(\theta)$ 를 이용하여 다음과 같이 정지

좌표계의 변수를 동기 좌표계로 변환할 수 있다.

$$\lambda_{\text{dqs}}^r = \mathbf{R}(-\theta_r) \cdot \lambda_{\text{dqs}}^s \quad \text{and} \quad \mathbf{i}_{\text{dqs}}^r = \mathbf{R}(-\theta_r) \cdot \mathbf{i}_{\text{dqs}}^s. \quad (4.109)$$

식 (4.104), (4.109)를 통해 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{dqs}}^r &= \mathbf{R}(-\theta_r) \cdot \mathbf{L}_{\text{dqs}}^s \cdot \mathbf{R}(\theta_r) \cdot \mathbf{i}_{\text{dqs}}^r \\ &= \mathbf{L}_{\text{dqs}}^r \cdot \mathbf{i}_{\text{dqs}}^r \end{aligned} \quad (4.110)$$

여기서 $\mathbf{L}_{\text{dqs}}^r$ 는 다음과 같이 표현되는 동기 좌표계 dq 인덕턴스 행렬이다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{\text{dqs}}^r &= \mathbf{R}(-\theta_r) \cdot \mathbf{L}_{\text{dqs}}^s \cdot \mathbf{R}(\theta_r) \\ &= \begin{bmatrix} L_{ds} & L_{dqs} \\ L_{qds} & L_{qs} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.111)$$

$\mathbf{L}_{\text{dqs}}^r$ 는 다음과 같이 여러 고조파 성분들의 합으로 표현된다.

$$\mathbf{L}_{\text{dqs}}^r = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^r(n) = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{bmatrix} L_{ds_H}(n) & L_{dqs_H}(n) \\ L_{qds_H}(n) & L_{qs_H}(n) \end{bmatrix}. \quad (4.112)$$

식 (4.106)에서 n 차 고조파 행렬인 $\mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^r(n)$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^r(n) = \mathbf{R}(-\theta_r) \cdot \mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^s(n) \cdot \mathbf{R}(\theta_r) \quad (4.113)$$

이제 $\mathbf{L}_{\text{abcs_H}}(n)$ 의 일반형인 식 (4.62)를 식 (4.107)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^s(n) &= \mathbf{T}_{\text{dq}} \cdot \mathbf{L}_{\text{abcs_H}}(n) \cdot \frac{3}{2} \mathbf{T}_{\text{dq}}^T \\ &= \mathbf{T}_{\text{dq}} \cdot \left\{ \begin{aligned} &L_{ph}(n) \begin{bmatrix} \cos n\theta_r & 0 & 0 \\ 0 & \cos n(\theta_r + 60^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & \cos n(\theta_r - 60^\circ) \end{bmatrix} \\ &+ M_{ph}(n) \begin{bmatrix} 0 & \cos n(\theta_r - 60^\circ) & \cos n(\theta_r + 60^\circ) \\ \cos n(\theta_r - 60^\circ) & 0 & \cos n\theta_r \\ \cos n(\theta_r + 60^\circ) & \cos n\theta_r & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \cdot \frac{3}{2} \mathbf{T}_{\text{dq}}^T \\ &= \frac{2}{3} L_{ph}(n) \begin{bmatrix} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos(60^\circ n) \right\} \cos n\theta_r & \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(60^\circ n) \sin n\theta_r \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(60^\circ n) \sin n\theta_r & \frac{3}{2} \cos(60^\circ n) \cos n\theta_r \end{bmatrix} \\ &\quad + \frac{2}{3} M_{ph}(n) \begin{bmatrix} \left\{ \frac{1}{2} - 2 \cos(60^\circ n) \right\} \cos n\theta_r & \sqrt{3} \sin(60^\circ n) \sin n\theta_r \\ \sqrt{3} \sin(60^\circ n) \sin n\theta_r & -\frac{3}{2} \cos n\theta_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.114)$$

고조파 차수 n 은 짝수에 대해서만 유효하므로 식 (4.114)에 포함된

$\sin(60^\circ n)$ 및 $\cos(60^\circ n)$ 은 n 의 값에 따라 3가지 값을 가질 수 있다. 다음은 임의의 정수 k 로 표현된 n 의 분류에 따라 동기 좌표계 dq 인덕턴스를 계산한 것이다.

1) Case 1: $n = 6k$ ($n = 0, 6, 12, \dots$)

식 (4.114)에 $n = 6k$ 를 만족하는 n 을 대입하면 $\mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^s(n)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^s(n) = \{L_{ph}(n) - M_{ph}(n)\} \begin{bmatrix} \cos n\theta_r & 0 \\ 0 & \cos n\theta_r \end{bmatrix} \quad (4.115)$$

식 (4.115)을 (4.113)에 대입하여 계산하면 동기 좌표계 인덕턴스 행렬은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^r(n) &= \mathbf{R}(-\theta_r) \mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^s(n) \mathbf{R}(\theta_r) \\ &= \{L_{ph}(n) - M_{ph}(n)\} \begin{bmatrix} \cos n\theta_r & 0 \\ 0 & \cos n\theta_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.116)$$

2) Case 2: $n = 6k + 2$ ($n = 2, 8, 14, \dots$)

식 (4.114)에 $n = 6k + 2$ 를 만족하는 n 을 대입하면 $\mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^s(n)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^s(n) = \{0.5L_{ph}(n) + M_{ph}(n)\} \begin{bmatrix} \cos n\theta_r & \sin n\theta_r \\ \sin n\theta_r & -\cos n\theta_r \end{bmatrix} \quad (4.117)$$

식 (4.117)를 식 (4.113)에 대입하여 동기 좌표계 인덕턴스 행렬을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^r(n) &= \mathbf{R}(-\theta_r) \mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^s(n) \mathbf{R}(\theta_r) \\ &= \{0.5L_{ph}(n) + M_{ph}(n)\} \mathbf{R}(-\theta_r) \mathbf{R}(n\theta_r) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{R}(\theta_r) \\ &= \{0.5L_{ph}(n) + M_{ph}(n)\} \mathbf{R}(-\theta_r) \mathbf{R}(n\theta_r) \mathbf{R}(-\theta_r) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ &\quad \left(\because \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{R}(\theta) = \mathbf{R}(-\theta) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right) \\ &= \{0.5L_{ph}(n) + M_{ph}(n)\} \mathbf{R}(n\theta_r - 2\theta_r) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ &= \{0.5L_{ph}(n) + M_{ph}(n)\} \begin{bmatrix} \cos 6k\theta_r & \sin 6k\theta_r \\ \sin 6k\theta_r & -\cos 6k\theta_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.118)$$

3) Case 3: $n = 6k + 4$ ($n = 4, 10, 16, \dots$)

식 (4.114)에 $n = 6k + 4$ 를 만족하는 n 을 대입하면 $\mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^s(n)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^s(n) = \{0.5L_{ph}(n) + M_{ph}(n)\} \begin{bmatrix} \cos n\theta_r & -\sin n\theta_r \\ -\sin n\theta_r & -\cos n\theta_r \end{bmatrix} \quad (4.119)$$

식 (4.119)를 식 (4.113)에 대입하여 동기 좌표계 인덕턴스 행렬을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^r(n) &= \mathbf{R}(-\theta_r) \mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^s(n) \mathbf{R}(\theta_r) \\ &= \{0.5L_{ph}(n) + M_{ph}(n)\} \mathbf{R}(-\theta_r) \mathbf{R}(-n\theta_r) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{R}(\theta_r) \\ &= \{0.5L_{ph}(n) + M_{ph}(n)\} \mathbf{R}(-n\theta_r - 2\theta_r) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ &= \{0.5L_{ph}(n) + M_{ph}(n)\} \begin{bmatrix} \cos(6(k+1)\theta_r) & -\sin(6(k+1)\theta_r) \\ -\sin(6(k+1)\theta_r) & -\cos(6(k+1)\theta_r) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.120)$$

식 (4.116), (4.118), (4.120)에서부터 동기 인덕턴스는 정수 값을 가지거나 회전자 위치의 6의 배수로 흔들리는 성분만 있는 것을 알 수 있다. n 을 0에서 8까지만 고려하여 전체 동기 인덕턴스인 식 (4.112)을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{\text{dqs}}^r &\approx \sum_{n=0,2,4,6,8} \mathbf{L}_{\text{dqs_H}}^r(n) \\ &= \{L_{ph}(0) - M_{ph}(0)\} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \{0.5L_{ph}(2) + M_{ph}(2)\} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ &\quad + \{0.5L_{ph}(4) + M_{ph}(4)\} \begin{bmatrix} \cos 6\theta_r & -\sin 6\theta_r \\ -\sin 6\theta_r & -\cos 6\theta_r \end{bmatrix} \\ &\quad + \{L_{ph}(6) - M_{ph}(6)\} \begin{bmatrix} \cos 6\theta_r & 0 \\ 0 & \cos 6\theta_r \end{bmatrix} \\ &\quad + \{0.5L_{ph}(8) + M_{ph}(8)\} \begin{bmatrix} \cos 6\theta_r & \sin 6\theta_r \\ \sin 6\theta_r & -\cos 6\theta_r \end{bmatrix} + \dots \end{aligned} \quad (4.121)$$

전동기 제어적으로는 $\mathbf{L}_{\text{dqs}}^r$ 에 정수로 표현된 항만 있는 것이 이상적이다. 이를 위해서는 4 이상의 n 에 대하여 $L_{ph}(n)$ 와 $M_{ph}(n)$ 의 값이 작아져야 한다. 4.2.3절에서 분석하였듯이 8P12S 전동기는 상 인덕턴스에 4차 이상의 고조파 성분이 많기 때문에 동기좌표계 인덕턴스에 상당한 6고조파를 가지게 된다. 반면 8P9S, 10P9S, 10P12S 전동기는 상 인덕턴스가 정현적이기 때문에 동기 인덕턴스는 회전자 위치에 관계

없이 일정하게 나타난다.

4.2.5 유한 요소 해석을 통한 제안된 방법의 검증

4.2.5.1 대상 전동기

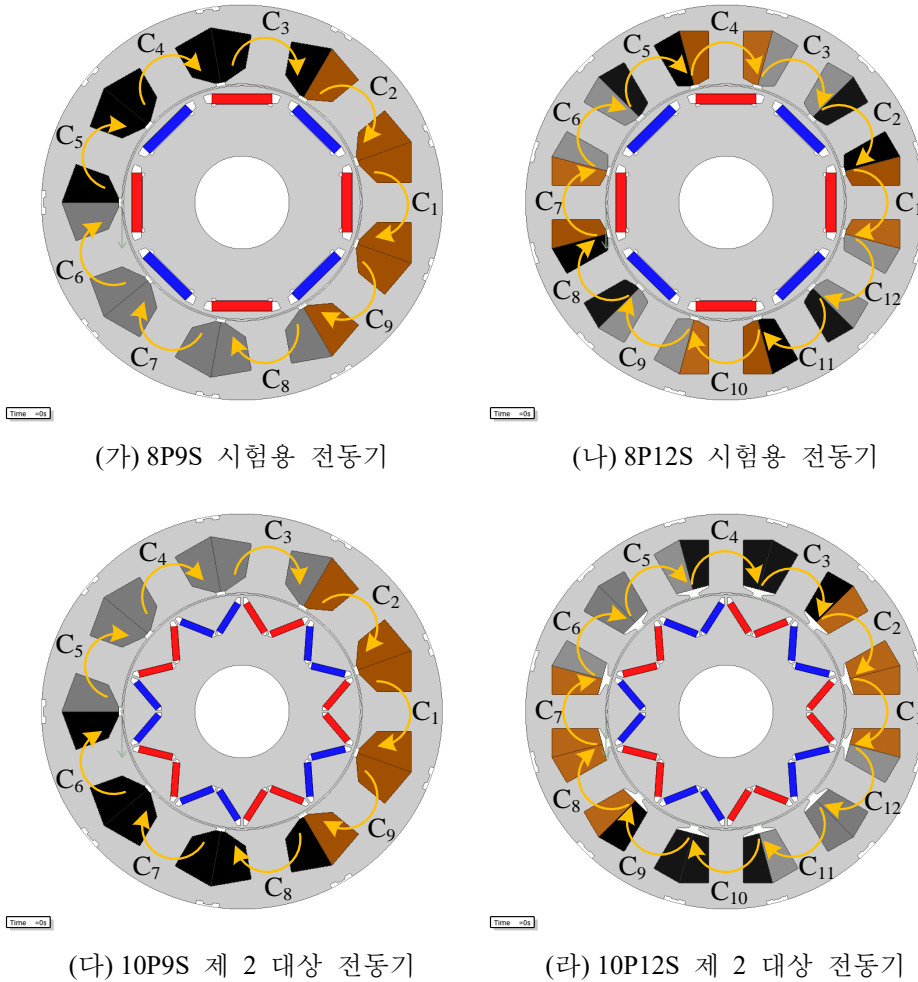


그림 4-41. FEA를 통한 검증에 사용될 네가지 전동기

그림 4-41는 검증에 사용될 네가지 전동기를 나타낸다. 그림 4-41(가)-(나)는 앞서 다루었던 시험용 전동기이다. 추가로 회전자의 웹이 좁고 영구자석이 V형으로 매입되어 있어서 극편이 더 넓고 깊어진 그림 4-41(다)-(라)의 전동기에 대해서도 검증을 수행하였다. 이 전동기는 시험용 전동기와 동일한 9S 및 12S 고정자를 10극의 회전자와 조합하여 10P9S 및 10P12S 전동기로 만든 것으로, FEA를 통한 검증을 위하여 설계하였다. 본 논문에서는 이 전동기를 “제 2 대상 전동기”로 부르기로 한다. 코일 인덕턴스 검증에서 코일이 감긴 방향은 그림 4-41에 표시한

화살표와 같이 모두 같게 하였고, 상 및 동기 인덕턴스 검증에서는 각 극/슬롯 조합에 따른 권선법 대로 구성하였다.

4.2.5.2 코일 인덕턴스

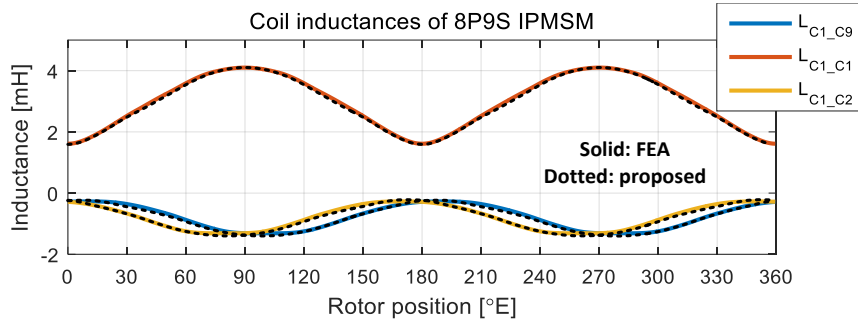
자기 인덕턴스와 상호 인덕턴스의 식 (4.35), (4.42)를 검증하기 위하여, 해당 수식을 통해 구한 인덕턴스와 시험용 전동기의 FEA를 통해 구한 인덕턴스를 비교하였다. FEA를 통한 인덕턴스 계산은 식 (4.27)의 인덕턴스 정의에 따라 미소 전류 변화에 대한 쇄교 자속의 비율을 통하여 계산하였다.

그림 4-42(가)와 그림 4-43(나)는 시험용 전동기 코일의 자기 인덕턴스와 인접한 코일간의 상호 인덕턴스를 나타낸다. 그림 상의 범례(Legend)에 표시한 인덕턴스 L의 아래 첨자는 코일 번호를 의미한다. 그림 4-42(가)와 그림 4-43(가)의 실선과 점선은 각각 FEA를 통해 구한 인덕턴스와 제안된 방법을 통해 구한 인덕턴스를 나타낸다. 그림을 보면 실선과 점선이 거의 겹쳐지며, 이를 통해 제안된 방법이 두 권선 방법에서 코일의 자기 인덕턴스와 상호 인덕턴스를 정확하게 계산해내는 것을 알 수 있다.

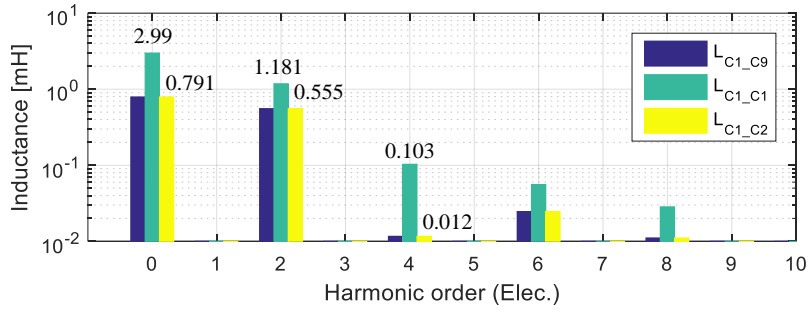
그림 4-42(나)-(다)와 그림 4-43(나)-(다)는 인덕턴스 고조파 스펙트럼을 나타낸다. 제안된 방법을 통해 전동기의 기본 돌극성을 나타내는 2고조파는 매우 정확하게 계산된다. 고조파 차수가 높아질수록 오차가 조금씩 커지지만 절대적인 크기가 작으므로 인덕턴스 전체 파형에서는 잘 보이지 않는다.

그림 4-42(라)와 그림 4-43(라)는 인접하지 않는 코일간의 상호 인덕턴스를 나타낸다. 전체 인덕턴스에 대한 상대적인 크기로 보기 위하여 각각 자기 인덕턴스의 최대값인 1.928mH와 4.099mH에 대한 퍼센트로 크기를 나타내었다. 그림 4-28 - 그림 4-31에서 알 수 있듯이 단일 코일에 의한 공극 자기장은 해당 코일 안쪽과 인접한 코일 까지만 인가되며 그 외의 코일까지는 잘 이르지 못한다. 따라서 그림 4-42(라)와 그림 4-43(라)에서 보여준 상호 인덕턴스들은 인접 코일간의 상호 인덕턴스에 비하여 크기가 매우 작다.

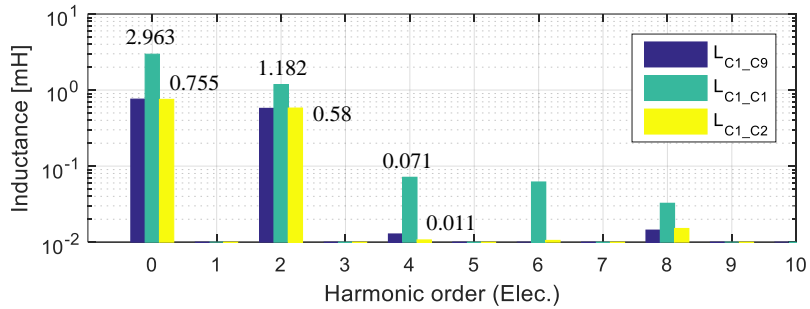
그림 4-44(가)-(다)와 그림 4-45(가)-(다)를 보면 이 전동기에 대해서도 제안된 방법이 잘 맞는 것을 확인할 수 있다. 그림 4-44(라)와 그림 4-45(라)는 비인접 코일에 대한 인덕턴스를 나타낸다. 이를 시험용 전동기의 경우와 비교하면 평균 인덕턴스는 비슷한 크기를 가지지만 회전자 위치에 따라 변하는 고조파 성분은 이 경우에 확연히 작은 것을 알 수 있다. 이는 제 2 대상 전동기의 회전자 형상에서 웹이 좁기 때문에 회전자 요크로 들어가는 자속이 줄어들었기 때문이다. 따라서 공극을 통하는 주된 자속 경로는 극편을 지나가게 되며, 극편 부유 효과는 이 전동기에서 더 크게 나타남을 확인할 수 있다.



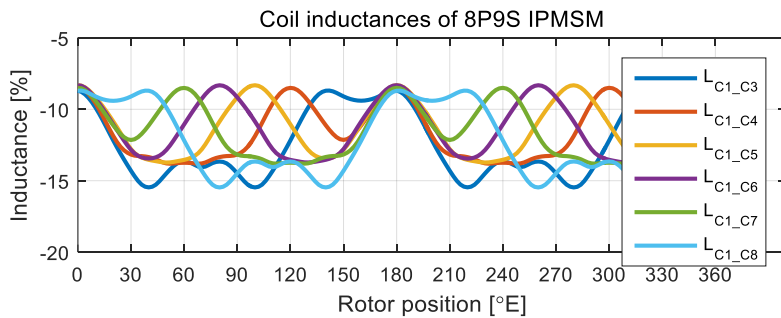
(가) 인접 코일 인덕턴스 (점선: FEA, 실선: 제안된 방법)



(나) 인접 코일 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (FEA)

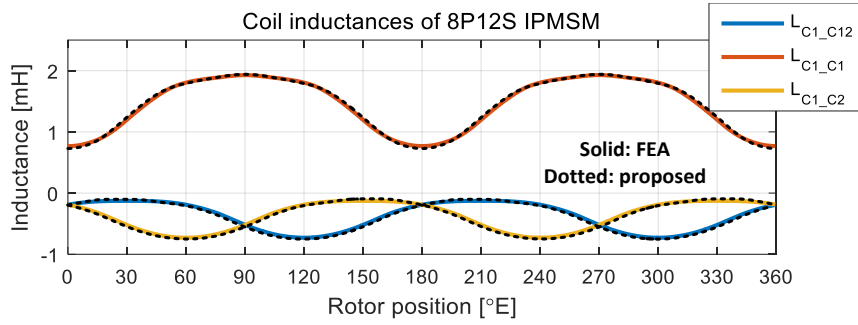


(다) 인접 코일 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (제안된 방법)

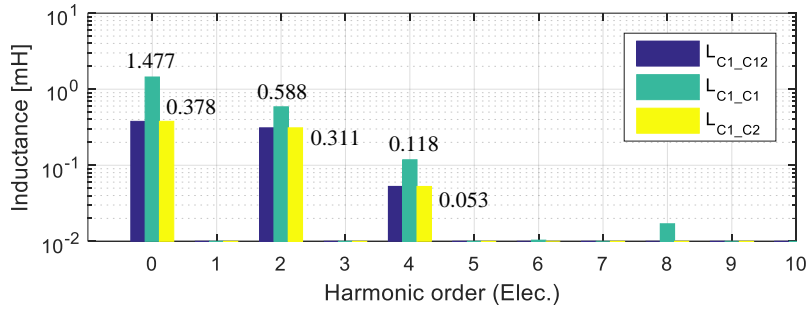


(라) 비인접 코일 인덕턴스 (FEA)

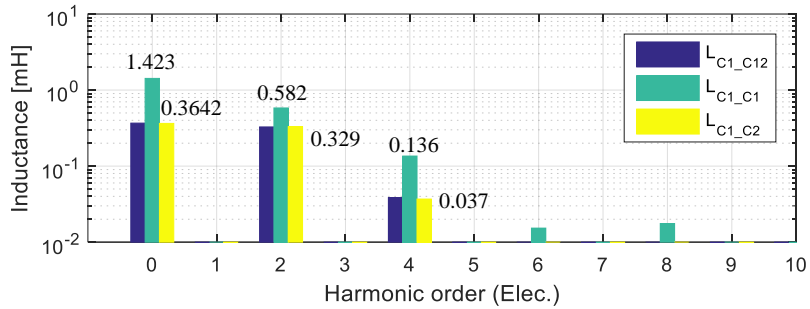
그림 4-42. 8P9S 시험용 전동기의 코일 인덕턴스



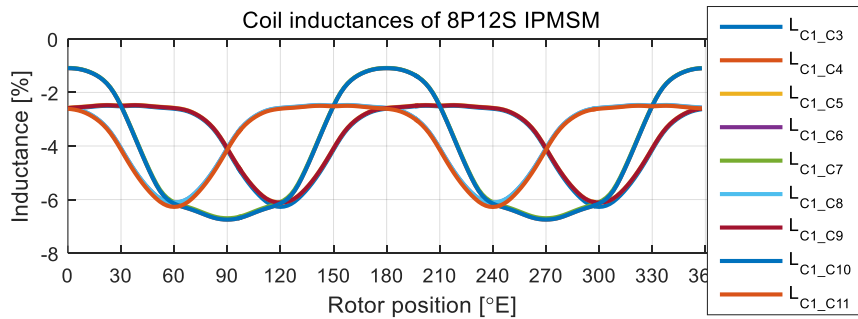
(가) 인접 코일 인덕턴스 (점선: FEA, 실선: 제안된 방법)



(나) 인접 코일 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (FEA)

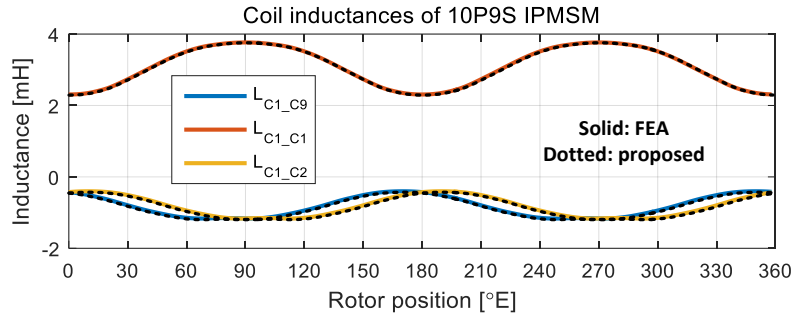


(다) 인접 코일 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (제안된 방법)

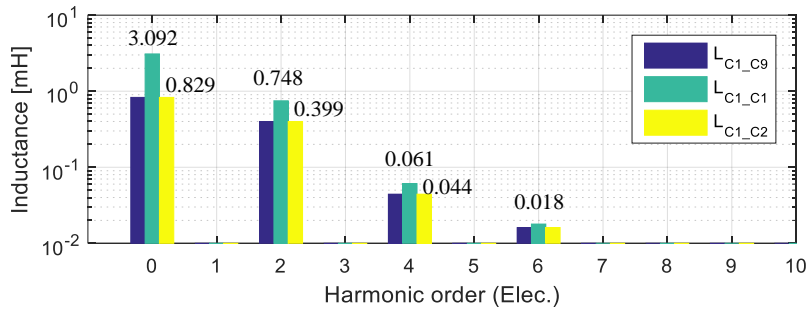


(라) 비인접 코일 인덕턴스 (FEA)

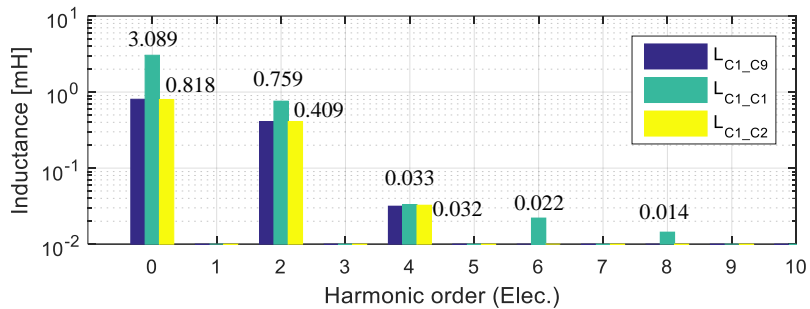
그림 4-43. 8P12S 시험용 전동기의 코일 인덕턴스



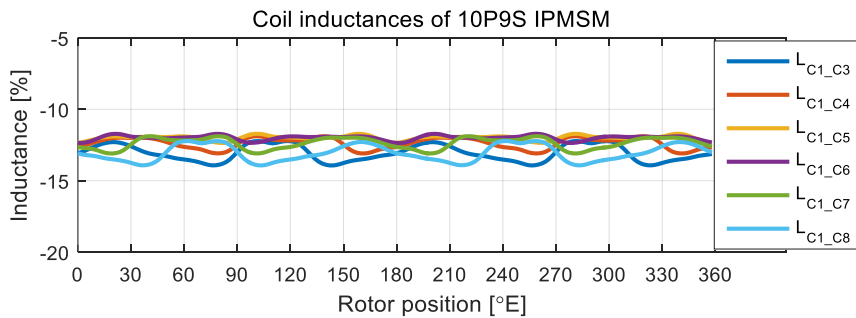
(가) 인접 코일 인덕턴스 (점선: FEA, 실선: 제안된 방법)



(나) 인접 코일 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (FEA)

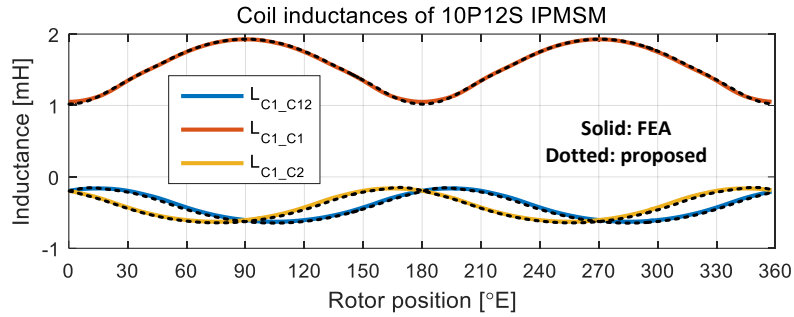


(다) 인접 코일 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (제안된 방법)

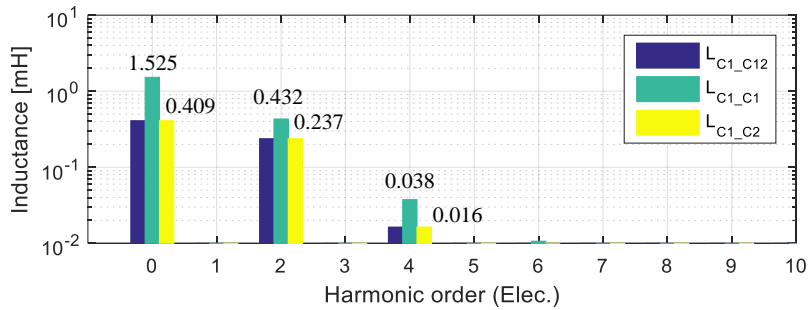


(라) 비인접 코일 인덕턴스 (FEA)

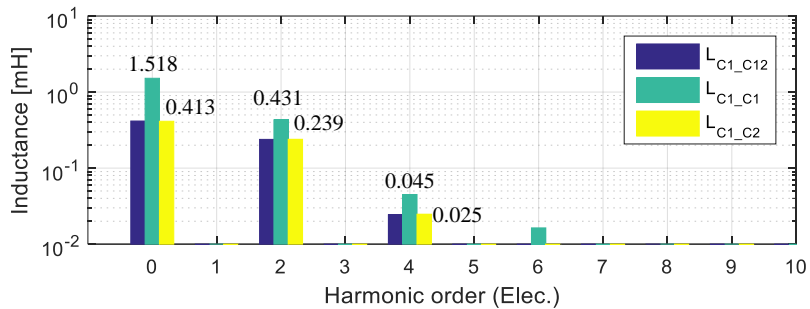
그림 4-44. 10P9S 제 2 대상 전동기의 코일 인덕턴스



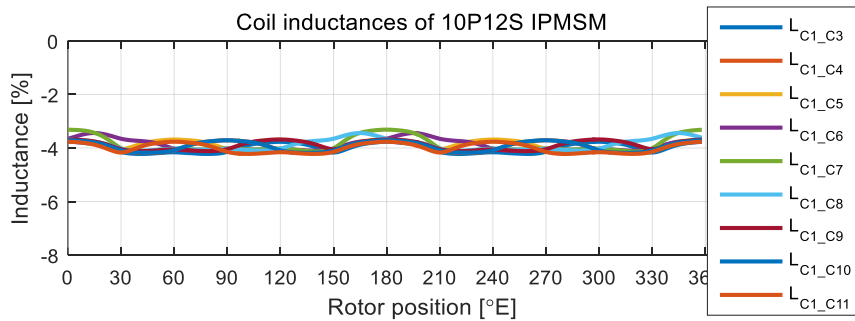
(가) 인접 코일 인덕턴스 (점선: FEA, 실선: 제안된 방법)



(나) 인접 코일 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (FEA)



(다) 인접 코일 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (제안된 방법)



(라) 비인접 코일 인덕턴스 (FEA)

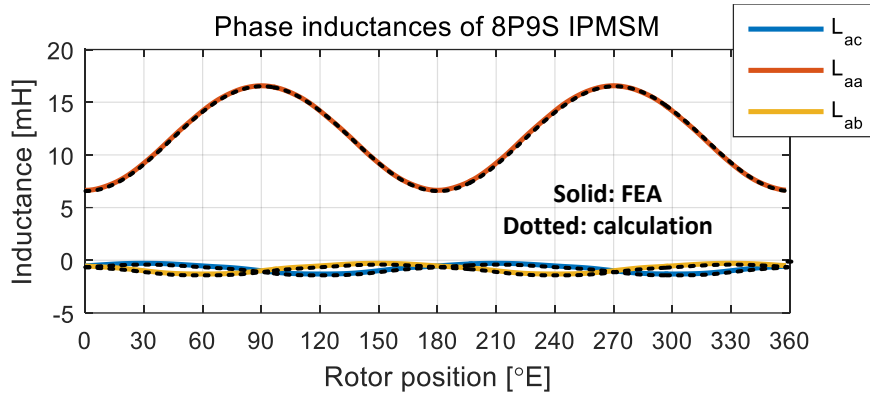
그림 4-45. 10P12S 제 2 대상 전동기의 코일 인덕턴스

4.2.5.3 상 인덕턴스

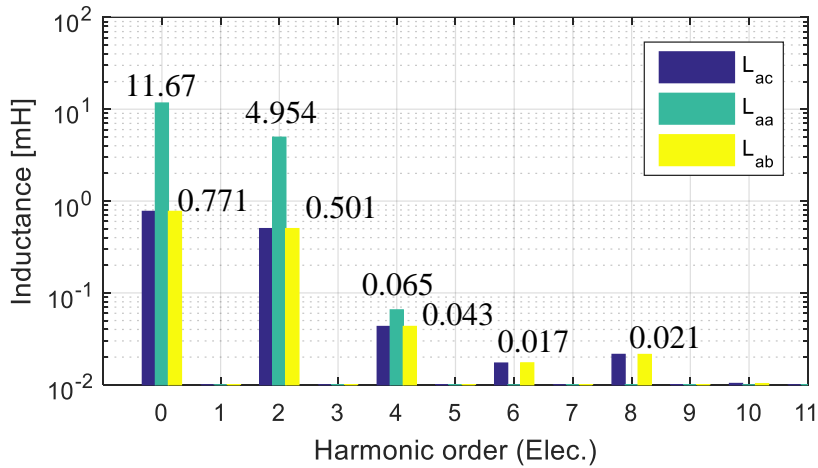
그림 4-41에 나타난 시험용 전동기와 제 2 대상 전동기를 통해서 4.2.3절에서 유도한 8P9S, 8P12S, 10P9S, 10P12S 전동기의 상 인덕턴스 수식을 검증하였다. 이를 위해 FEA 모델에서 상 권선을 구성하여서 얻은 상 인덕턴스와 4.2.5.2절에서 얻은 코일 인덕턴스를 통해 계산한 상 인덕턴스를 비교하였다. FEA 모델에서의 상 인덕턴스 계산은 아래의 식에 따라서 미소 전류 변화에 대한 쇄교 자속의 변화를 통해 얻었다.

$$L_{aa} = \frac{\Delta \lambda_{as}}{\Delta i_{as}}, \quad L_{ab} = \frac{\Delta \lambda_{bs}}{\Delta i_{as}}, \quad \text{and} \quad L_{ac} = \frac{\Delta \lambda_{cs}}{\Delta i_{as}}. \quad (4.122)$$

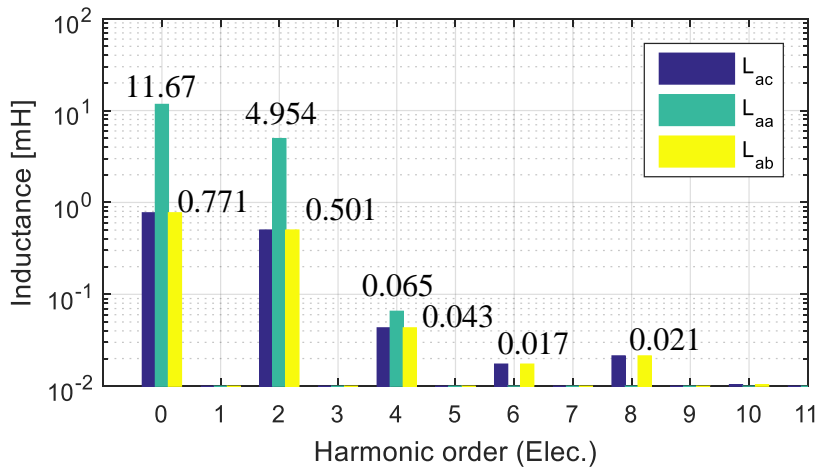
그림 4-46-그림 4-49는 이러한 방법으로 얻은 결과를 전동기 종류에 따라 도시한 것이다. 그림을 보면 8P12S 전동기에서 상 인덕턴스는 다른 전동기에 비하여 고조파가 더 많은 것을 알 수 있다. 이는 그림 4-42-그림 4-45에서 나타내었듯이 8P12S 전동기에서는 기본적으로 코일 인덕턴스에 고조파가 상당히 크며, 인덕턴스에서의 분포 계수 $k_{dLM}(n)$ 과 $k_{dLL}(n)$ 이 모두 상수로 나타나기 때문에 고조파 인덕턴스 저감 효과가 없기 때문이다. 8P9S, 10P9S, 10P12S 전동기에 대해서는 이 장에서 유도한 수식으로 계산한 인덕턴스가 완벽하게 잘 맞지만, 8P12S 전동기에서는 상호 인덕턴스에서 약간의 오차가 발생하였다. 이 오차의 원인은 그림 4-43에서 구한 8P12S 전동기의 코일 인덕턴스에서 상호 인덕턴스의 위상이 식 (4.68)-(4.72)에 정리한 코일 인덕턴스의 위상과 달라지는 지점이 있기 때문이다. 이러한 현상에 대해서는 추가적인 분석이 필요하다.



(가) 상 인덕턴스 (점선: FEA, 실선: 수식 계산)

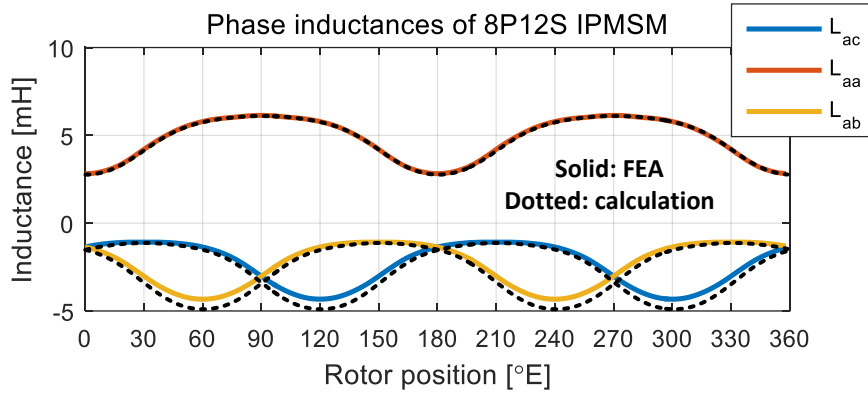


(나) 상 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (FEA)

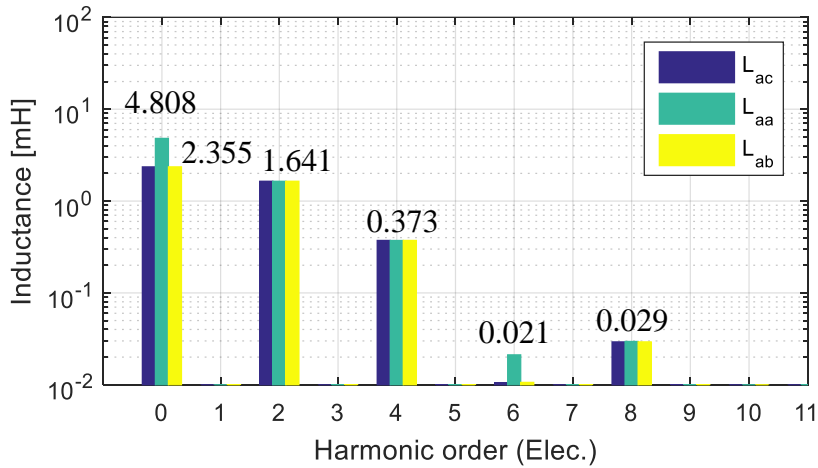


(다) 상 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (수식 계산)

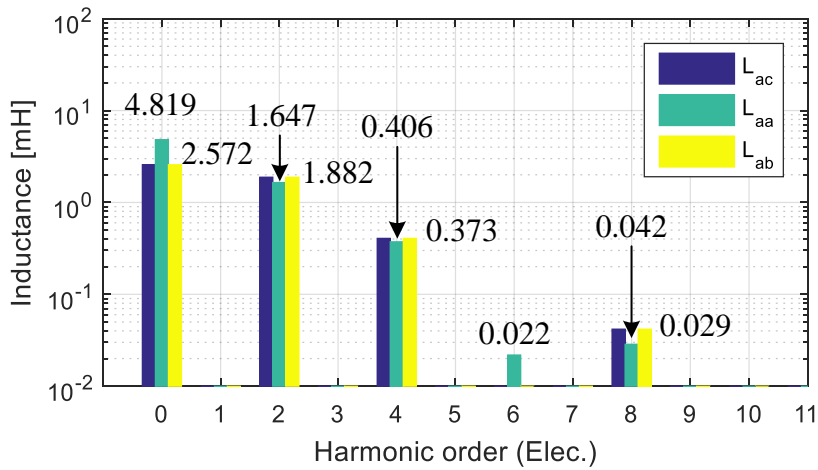
그림 4-46. 8P9S 시험용 전동기의 상 인덕턴스



(가) 상 인덕턴스 (점선: FEA, 실선: 수식 계산)

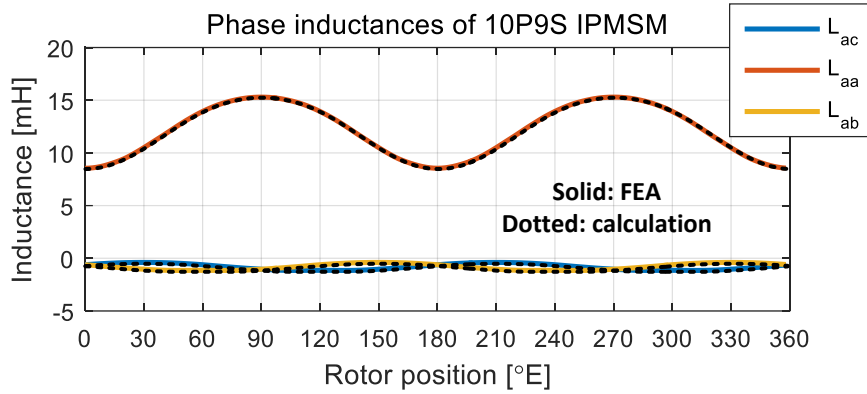


(나) 상 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (FEA)

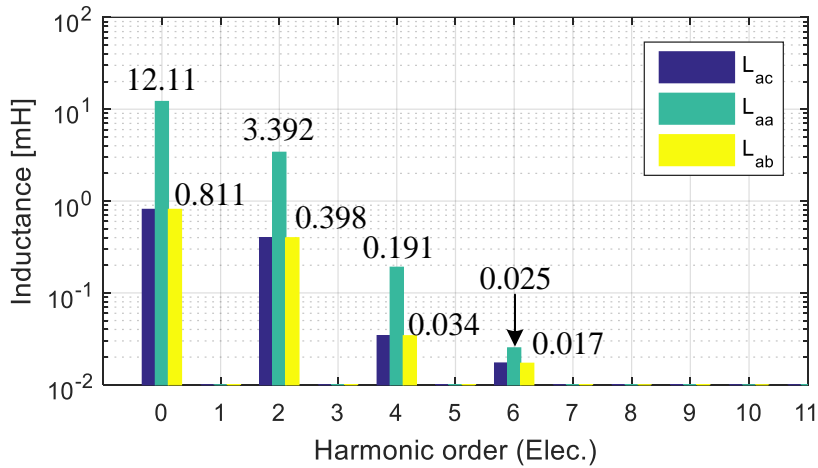


(다) 상 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (수식 계산)

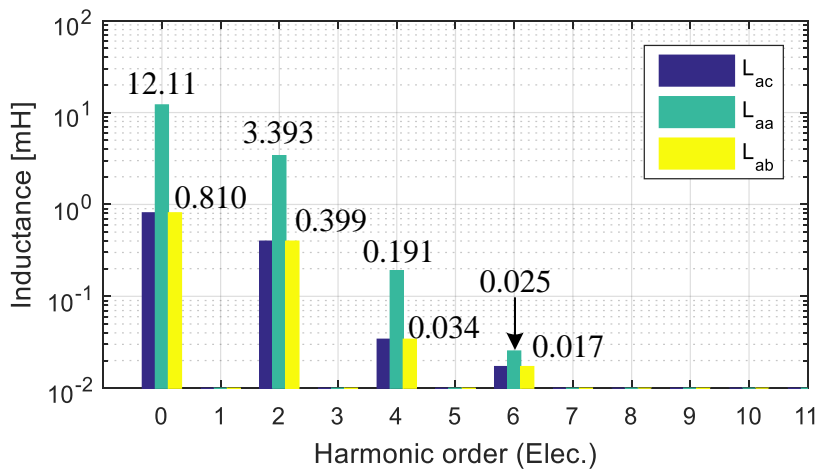
그림 4-47. 8P12S 시험용 전동기의 상 인덕턴스



(가) 상 인덕턴스 (점선: FEA, 실선: 수식 계산)

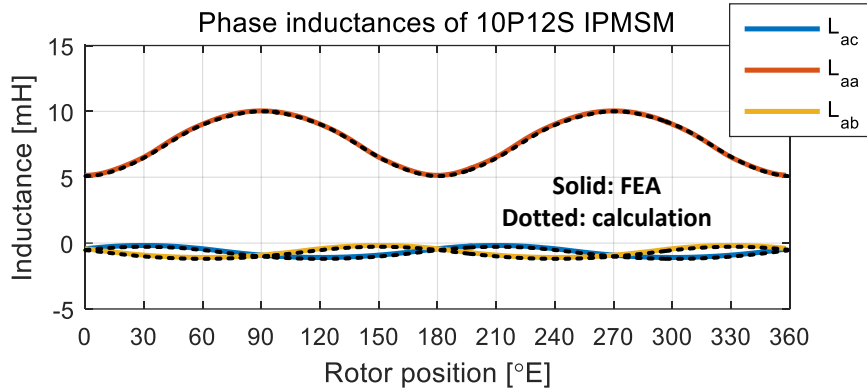


(나) 상 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (FEA)

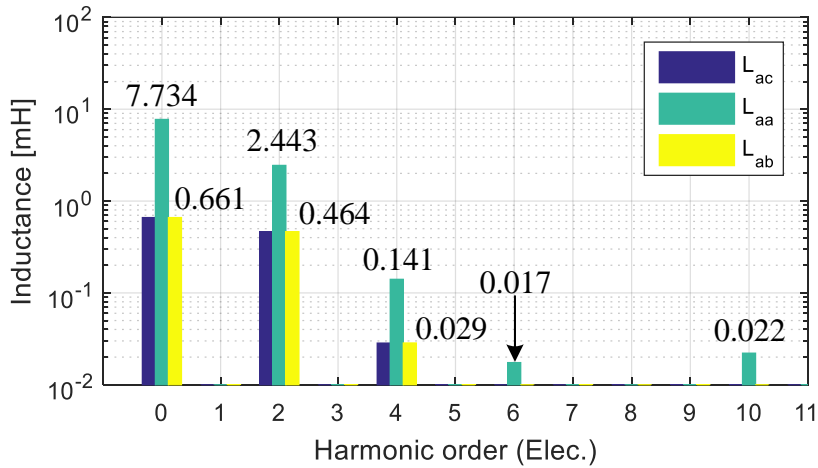


(다) 상 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (수식 계산)

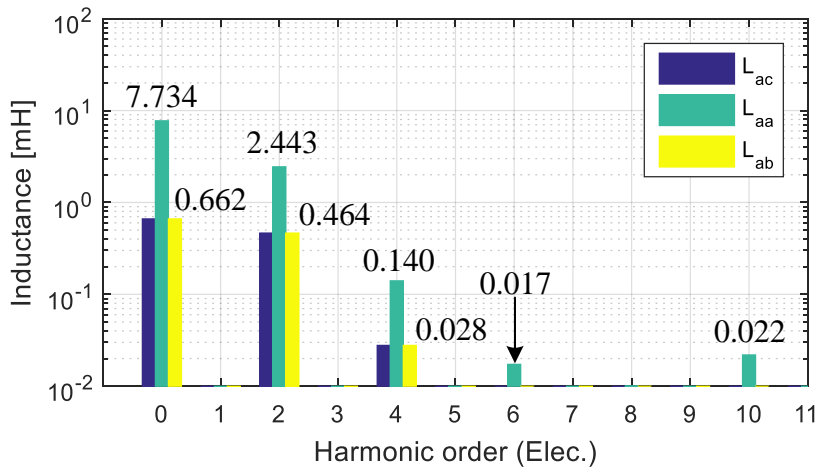
그림 4-48. 10P9S 제 2 대상 전동기의 상 인덕턴스



(가) 상 인덕턴스 (점선: FEA, 실선: 수식 계산)



(나) 상 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (FEA)



(다) 상 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (수식 계산)

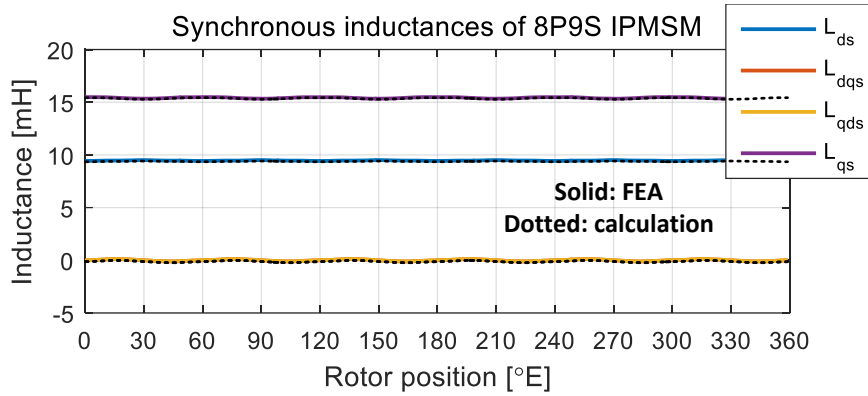
그림 4-49. 10P12S 제 2 대상 전동기의 상 인덕턴스

4.2.5.4 동기 인덕턴스

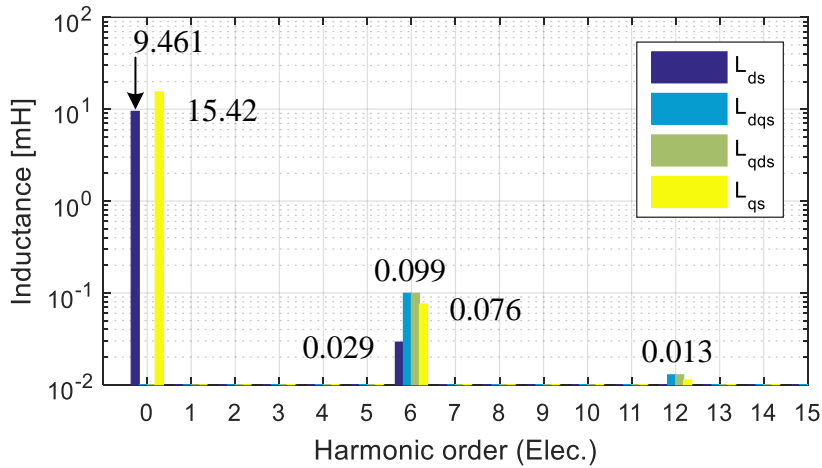
앞 절에서 다룬 동기 인덕턴스의 수식은 본 논문에서 다룬 8P9S, 8P12S, 10P9S, 10P12S 전동기의 상 인덕턴스 행렬의 일반형인 식 (4.62)로부터 유도되었기 때문에 특정 권선의 전동기에만 해당되는 것이 아니라 일반적으로 사용 가능하다. 따라서 전동기의 권선 방법에 따른 인덕턴스의 계수 $L_{ph}(n)$ 와 $M_{ph}(n)$ 을 식 (4.116), (4.118), (4.120)에 대입하여 차수별 인덕턴스 행렬을 구한 후 식 (4.112)에 따라 모두 더하면 동기 인덕턴스를 계산할 수 있다. 이렇게 구한 동기 인덕턴스와 FEA 시뮬레이션에서 아래의 식에 따라서 구한 인덕턴스를 비교하여 보았다.

$$L_{ds} = \frac{\Delta \mathcal{L}_{ds}^r}{\Delta i_{ds}^r}, \quad L_{dqs} = \frac{\Delta \mathcal{L}_{ds}^r}{\Delta i_{qs}^r}, \quad L_{qds} = \frac{\Delta \mathcal{L}_{qs}^r}{\Delta i_{ds}^r}, \quad L_{qs} = \frac{\Delta \mathcal{L}_{qs}^r}{\Delta i_{qs}^r}. \quad (4.123)$$

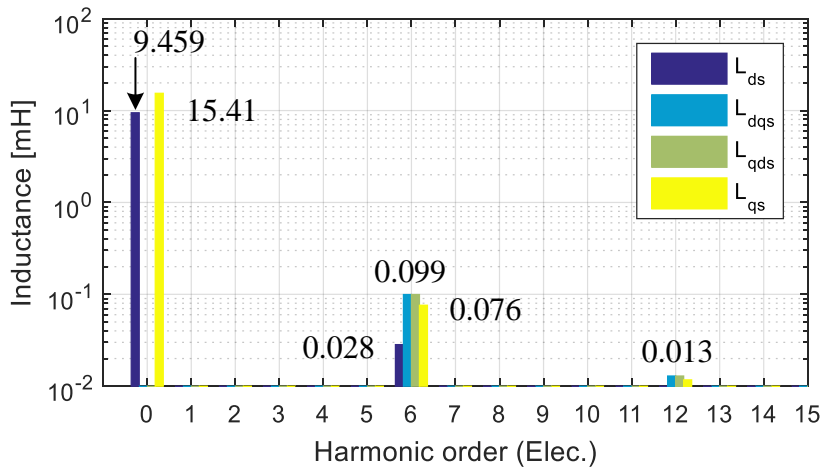
그림 4-50-그림 4-53은 시험용 전동기와 제 2 대상 전동기의 동기 인덕턴스를 나타낸다. 8P9S, 10P9S, 10P12S 전동기에서는 동기 인덕턴스가 회전자 위치와 관계없이 거의 일정하게 나오는 반면, 8P12S 전동기에서는 동기 인덕턴스에 큰 6고조파가 존재하는 것을 볼 수 있다. 8P9S, 10P9S, 10P12S 전동기에서는 계산한 인덕턴스와 식 (4.123)으로 얻은 인덕턴스가 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 하지만 8P12S 전동기에서는 계산한 q축 인덕턴스의 dc성분이 FEA에서의 것과 다른데, 이는 그림 4-47에서 보인 8P12S 전동기의 상 인덕턴스에서의 오차가 동기 인덕턴스 계산에서도 영향을 미쳤기 때문이다.



(가) 동기 인덕턴스 (점선: FEA, 실선: 수식 계산)

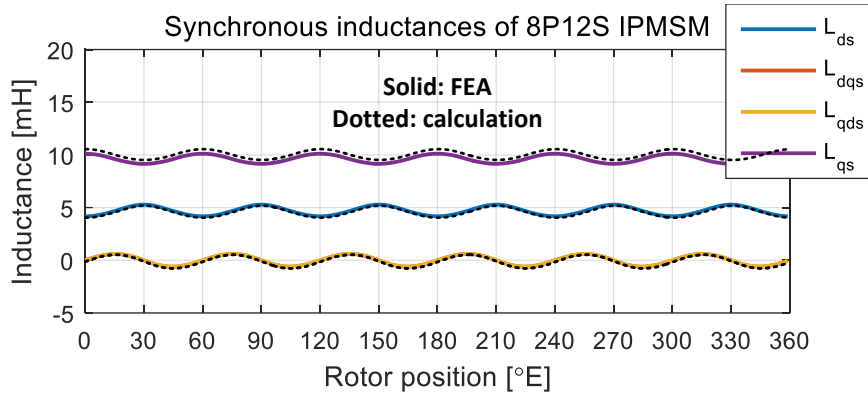


(나) 동기 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (FEA)

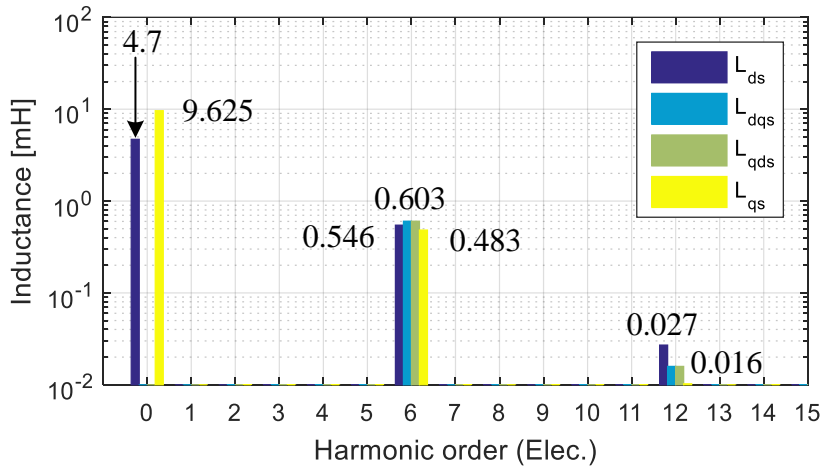


(다) 동기 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (수식 계산)

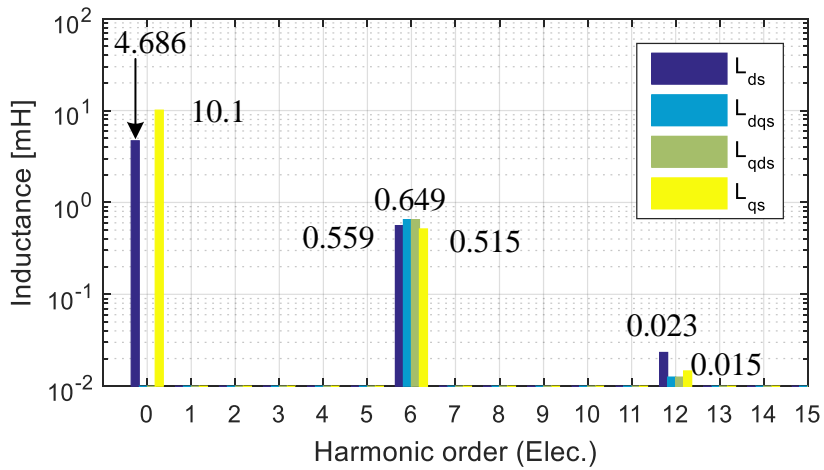
그림 4-50. 8P9S 시험용 전동기의 동기 인덕턴스



(가) 동기 인덕턴스 (점선: FEA, 실선: 수식 계산)

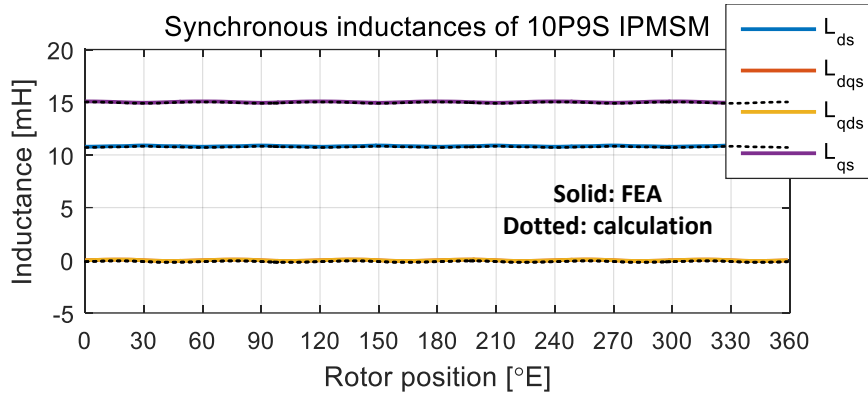


(나) 동기 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (FEA)

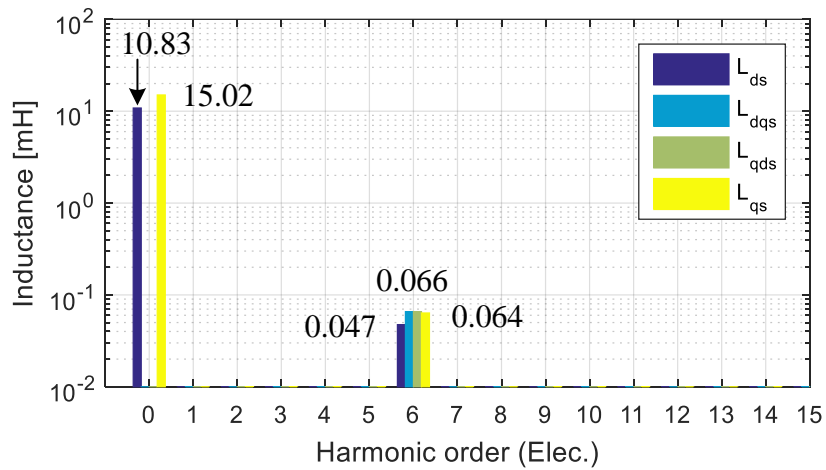


(다) 동기 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (수식 계산)

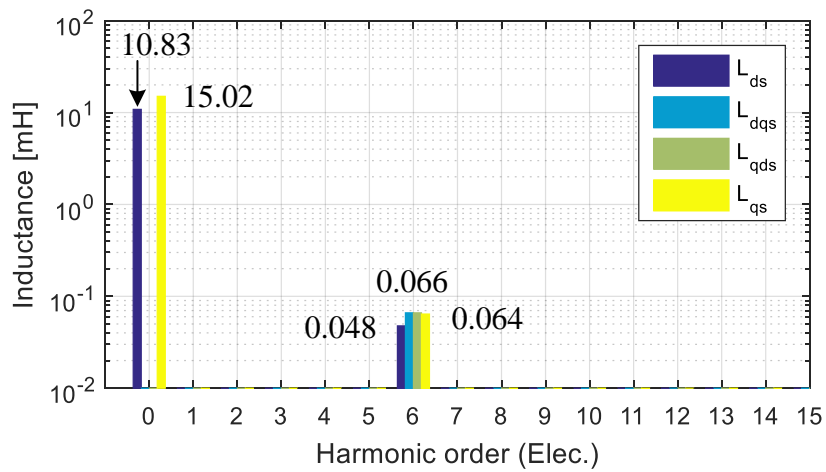
그림 4-51. 8P12S 시험용 전동기의 동기 인덕턴스



(가) 상 인덕턴스 (점선: FEA, 실선: 수식 계산)

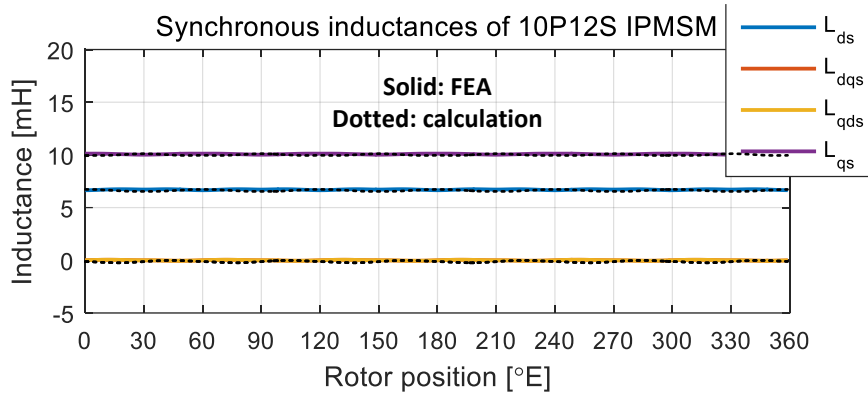


(나) 상 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (FEA)

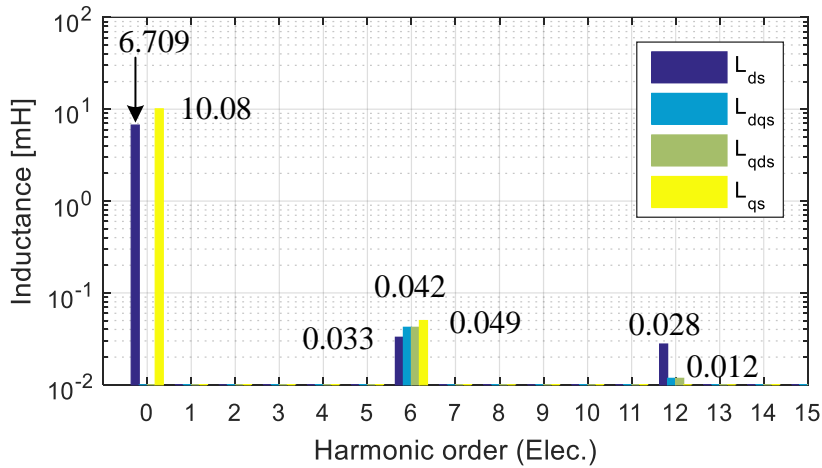


(다) 상 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (수식 계산)

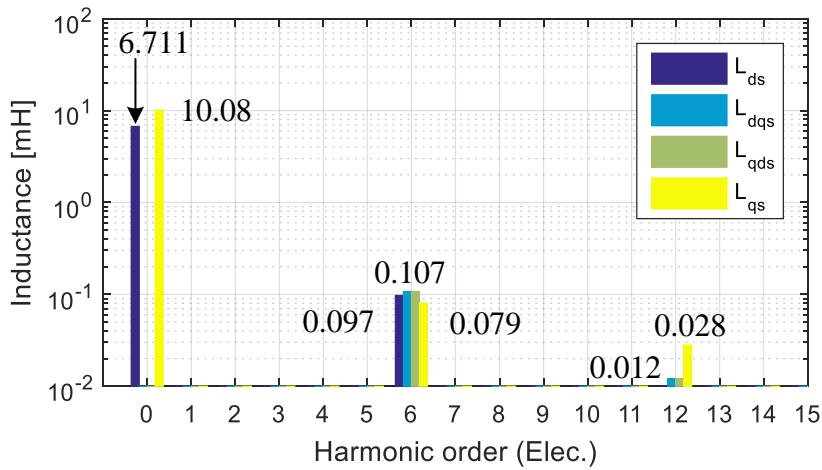
그림 4-52. 10P9S 제 2 대상 전동기의 상 인덕턴스



(가) 상 인덕턴스 (점선: FEA, 실선: 수식 계산)



(나) 상 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (FEA)



(다) 상 인덕턴스의 고조파 스펙트럼 (수식 계산)

그림 4-53. 10P12S 제 2 대상 전동기의 상 인덕턴스

제 5장 절대각 센서리스 전동기의 설계와 모델링

제 4장 에서 다룬 일반적인 전동기의 모델링을 좀 더 확장하여서 절대각 센서리스를 위한 특수한 형태의 전동기의 모델링에 적용할 수 있다. 이 장에서는 절대각 센서리스를 위해 제안된 두 가지 전동기의 설계와 모델링을 다룬다.

5.1 절대각 센서리스 제어

영구자석 동기 전동기의 순시 토크 제어(Instantaneous torque control)를 위하여 사용되는 벡터 제어를 구현하려면 기본적으로 회전자의 정확한 위치 정보가 필요하다. 일반적으로 회전자 위치 정보를 얻기 위하여 엔코더(Encoder) 혹은 레졸버(Resolver) 등의 위치 센서를 전동기 축에 부착하여 사용한다. 하지만 전동기에 추가로 부착되는 위치 센서로 인하여 구동계의 가격 및 부피가 증가, 전자파 간섭(Electro-Magnetic Interference: EMI), 센서의 신뢰성(Reliability)문제 등 여러 문제가 발생하고 있다. 따라서 위치 센서 없이 전동기를 제어하는 센서리스(Sensorless) 제어 기법이 많은 주목을 받아왔으며, 지난 30년간 수 많은 연구들이 진행되었다 [19]-[20], [24]-[26], [56]-[67].

센서리스 제어 기법은 크게 모델 기반(Fundamental model-based) 방식과 돌극성 기반(Saliency tracking-based) 방식으로 나눌 수 있다. 모델 기반 방식[56]-[60]은 주로 전동기의 전압 혹은 전류 방정식에 기반하거나[56]-[59] 쇄교 자속 방정식에 기반하여[60] 회전자 위치를 추정하는 방식이다. 모델 기반 방식은 중-고속 영역에서 좋은 성능을 보이지만 역기전력이 작아지는 저속 혹은 영속에서는 인버터 비선형성[17]-[20], [68]-[69]이나 전류 측정 오차[70] 등의 외란에 취약해지는 약점이 있다.

돌극성 기반 방식[61]-[67]은 회전자의 속도와 관계없이 회전자의 위치에 의해서만 결정되는 돌극성 기반한다. IPMSM과 같이 돌극성이 있는 전동기에서 인덕턴스는 회전자의 위치에 동기되는 특성이 있어서 고주파(High-Frequency: HF)의 전압 신호 주입(Signal injection)에 따라 유기되는 고주파 전류 맥동을 분석하면 회전자의 위치를 추정할 수 있다.

전동기 형상적으로는 d축과 q축이 대칭적인 SPMSM에서는 포화에 의한 인덕턴스 돌극성(Saturation-induced inductance saliency)[64]이나 와상 전류에 의한 저항 돌극성(Eddy-current-reflected resistance saliency)[65] 등을 이용하여 회전자 위치를 추정할 수 있다. 돌극성 기반 방식은 모델 기반 방식과 비교해서 저속 및 영속에서 적용 가능하다는 장점이 있지만 추가적인 신호 주입에 따른 인버터의 합성 전압 제한, 가청 소음, 전동기의 고주파 손실 등의 단점이 있다.

기존의 센서리스 제어에 관한 연구[56]-[67]는 대부분 전기각에서의 회전자 위치(θ_r) 추정에 초점을 맞추었다. 식 (3.1)은 전기각 회전자 위치와 기계각 회전자 위치(θ_{rm})의 관계를 나타낸다. θ_r 은 보통 -180°E 와 180°E 사이의 값으로 제한하여 사용하기 때문에 2극 전동기를 제외하면 θ_r 로부터 θ_{rm} 를 구할 수 없다. 대부분의 적용 분야에서는 토크와 속도 제어를 요구하므로 θ_r 의 정보만 있어서 충분하지만, 로봇(Robot) 제어나 공작 기계(Machine tool) 제어와 같은 분야에서는 회전자의 절대 위치(θ_{rm}) 정보가 필요하다. 이러한 경우에 절대형 엔코더(Absolute encoder)나 레졸버와 같은 절대 위치 센서 없이 절대각을 찾아서 제어하는 것을 본 논문에서 절대각 센서리스 제어(Absolute position sensorless)라고 부르기로 한다.

8P12S 전동기와 같이 회전자의 각 극쌍이 대칭이고 고정자 권선 또한 대칭으로 감겨서 권선 함수의 기본파가 극쌍수와 같은 전동기에서 동기 인덕턴스는 θ_r 에 의해서 결정된다. 뿐만 아니라 4.2.3-4.2.4절에서 분석하였듯이 회전자는 대칭이지만 고정자 권선이 비대칭인 8P9S, 10P9S, 10P12S 전동기의 동기 인덕턴스 또한 θ_r 에 의해 결정되는 일반적인 수식 (4.116), (4.118), (4.120)으로 표현된다. 그렇기 때문에 기존의 전동기 구조에서는 인덕턴스로부터 고유한 θ_{rm} 의 정보를 추출할 수 없다. 전동기의 동기 인덕턴스가 θ_{rm} 에 대한 함수로 표현되기 위해서는 회전자와 고정자가 모두 비대칭 구조로 설계되어야 한다.

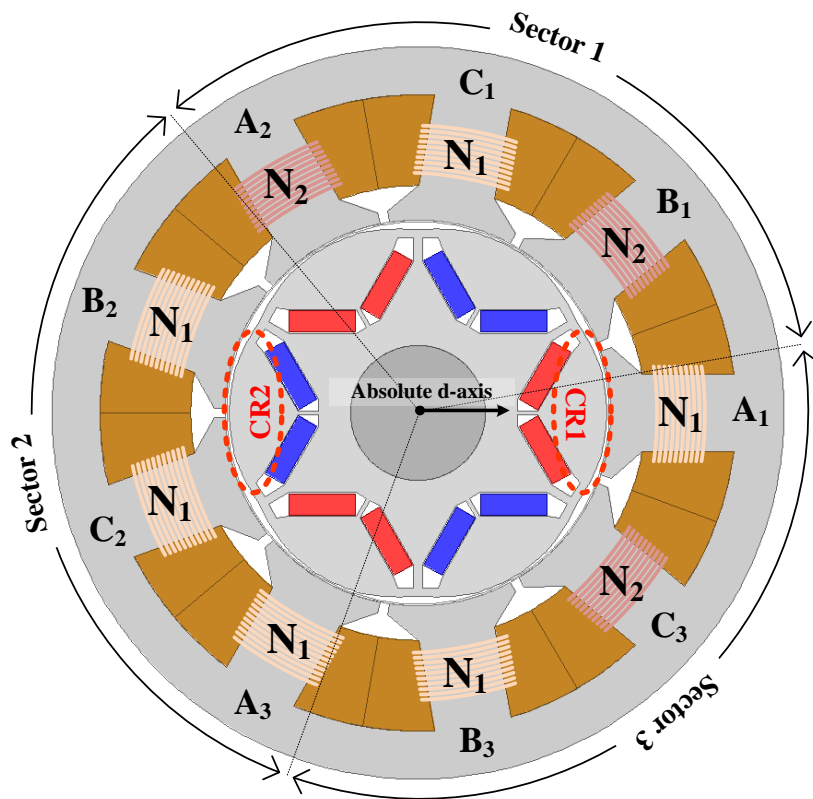
5.2 비대칭 회전자와 비대칭 권선을 가지는 절대각 센서리스 전동기

5.2.1 제안된 전동기 설계

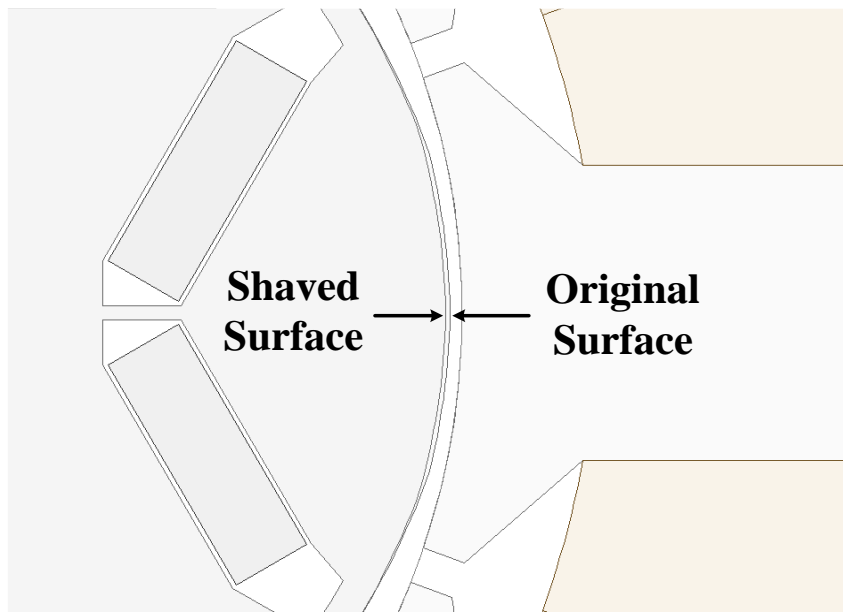
그림 5-1과 그림 5-2는 제안된 절대각 센서리스 전동기를 나타낸다. 두 전동기는 본 논문에서 각각 “셰이빙 타입 전동기(Shaving-type motor)”와 “홀 타입 전동기(Hole-type motor)”로 지칭하겠다. 두 전동기는 참고 문헌 [55]에서 제안된 6극 9슬롯의 야스카와 센서리스 서보 전동기의 설계를 템플릿(Template)으로 하여 절대각 센서리스를 위해 형상 및 권선법이 수정된 것이다. 템플릿 전동기의 제정수는 표 5-1에 표시하였다. 고정자의 권선에서는 코일의 턴수를 각각 다르게 하여서($N_2 > N_1$) 비대칭 권선을 구현하였다. 두 전동기에서 모두 회전자에는 CR1과 CR2로 불리는 특성 영역이 있다. 그림 5-1(나)에 표시하였듯이 셰이빙 타입 전동기에서는 회전자의 CR1과 CR2에 표면을 살짝 절삭하였다. 이로 인하여 CR1과 CR2에서는 유효 공극 길이가 늘어난 효과가 생기게 된다. 그림 5-2(나)의 홀 타입 전동기에서는 CR1과 CR2에 구멍을 뚫어서 근처의 철심이 포화되도록 하였다. 이 경우 CR1과 CR2를 지나가는 자속 경로의 릴럭턴스가 커지는 효과가 생긴다. 이렇게 회전자에서 유효 공극 길이의 비대칭과 고정자에서 권선의 비대칭의 효과가 합쳐지면 인덕턴스가 θ_{rm} 에 대한 함수로 표현되며 신호 주입을 통하여 θ_{rm} 의 정보를 얻을 수 있게 된다.

표 5-1. 템플릿 전동기의 제정수

Rated speed	3000 r/min	λ_{PM}	0.0625 V·s
Rated power	300 W	R_s	0.49 Ω
Rated current	2.85 A _{rms}	L_{ds}	7.13 mH
Pole number	6	L_{qs}	11.04 mH

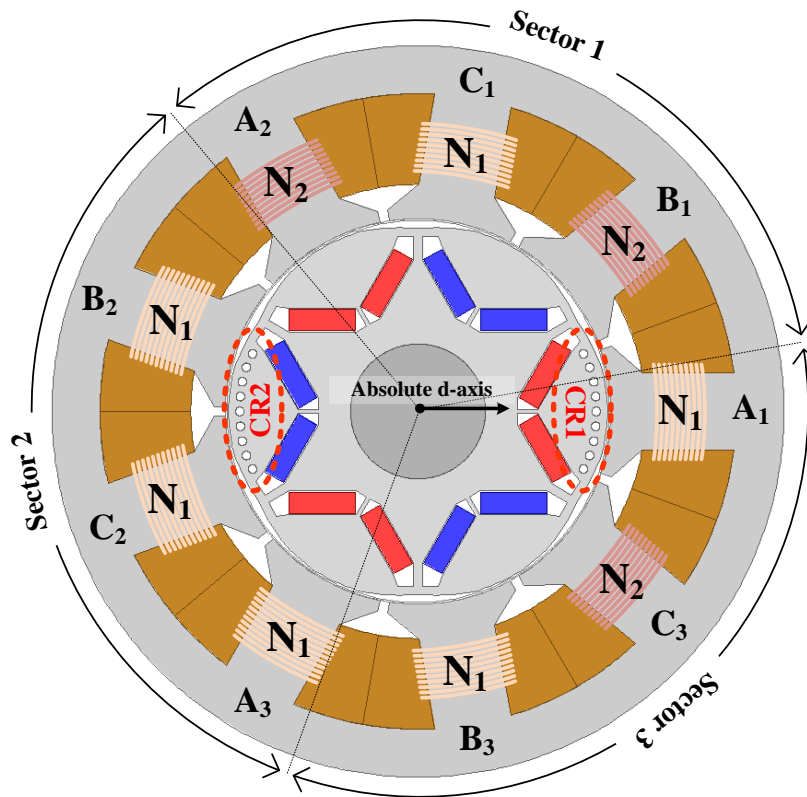


(가) 단면도

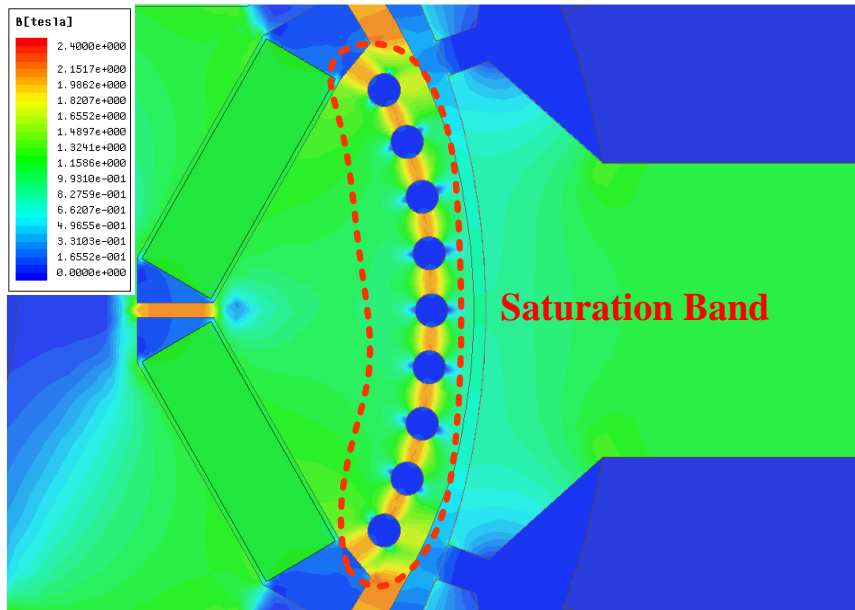


(나) CR1 부근의 자속 밀도 분포

그림 5-1. 셰이빙 타입 전동기



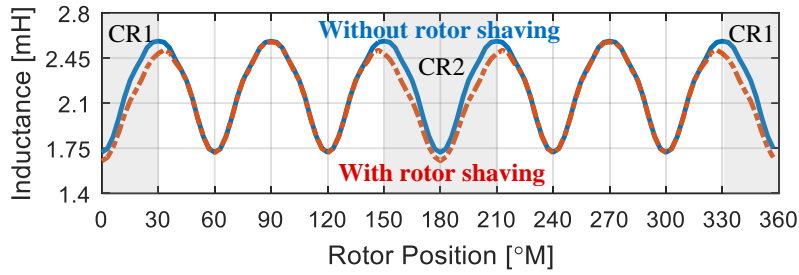
(가) 단면도



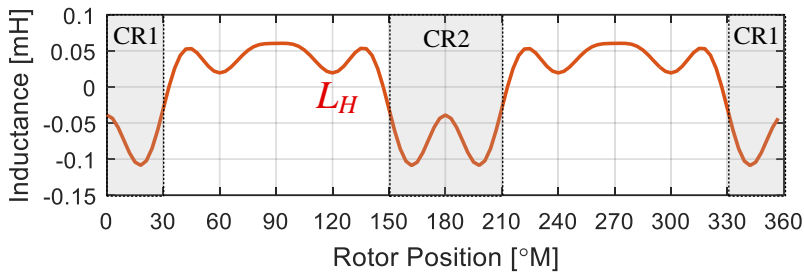
(나) CR1 부근의 자속 밀도 분포

그림 5-2. 홀 타입 전동기

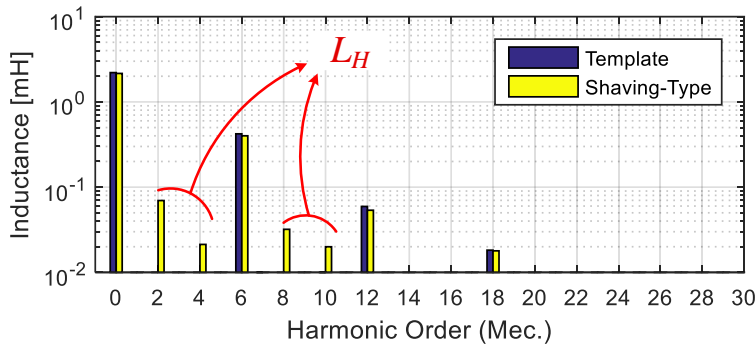
5.2.2 제안된 전동기의 모델링



(가) A_1 코일의 자기 인덕턴스 L_{alal}



(나) 회전자 표면 절삭으로 인해 유기된 인덕턴스 성분 L_H



(다) L_{alal} 의 고조파 스펙트럼

그림 5-3. 셰이빙 타입 전동기 코일의 자기 인덕턴스 특성

그림 5-3은 셰이빙 타입 전동기의 A_1 코일에서의 자기 인덕턴스 L_{alal} 의 특성을 나타낸다. 비대칭의 고정자 권선의 효과를 우선 무시하고 회전자의 효과만 보기 위하여 코일의 턴수는 $N_1=N_2=N$ 으로 동일하게 하였다. 제 4장에서는 인덕턴스를 모두 전기각의 회전자 위치를 기준으로 분석하였지만, 제안된 전동기는 회전자 형상이 비대칭이므로 기계각의 회전자 위치를 기준으로 분석하여야 한다. 그림 5-3(가)에서는 회전자의 표면을 절삭된 제안된 전동기와 템플릿 전동기에서의 L_{alal} 을

같이 나타내고 있다. 제안된 전동기에서 회전자의 CR1과 CR2가 코일을 지나갈 때는 높아진 릴럭턴스의 효과로 인하여 인덕턴스가 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 그림 5-3(다)에서는 그림 5-3(가)에 도시된 L_{alal} 의 고조파 스펙트럼을 나타낸다. L_{alal} 가 기계각인 θ_{rm} 에 대한 함수이므로 고조파 차수 또한 기계각 기준으로 정의된 것을 사용하였다. L_{alal} 에는 기본적으로 dc 성분과 극수인 6의 배수 고조파가 있으며, 여기에서 제안된 회전자 표면의 절삭으로 인하여 2, 4, 6, 8차 고조파가 추가된 것을 알 수 있다. 그림 5-3(나)는 L_{alal} 의 2, 4, 6, 8차 고조파 성분을 모두 더해서 구한 L_{alal} 를 나타낸다. 그림 5-3는 세이빙 타입 전동기에 대한 코일 인덕턴스만 나타내었지만 홀 타입 전동기의 코일 인덕턴스 또한 회전자의 같은 위치에 릴럭턴스가 큰 부분이 존재하기 때문에 그림 5-3과 같은 양상을 보인다.

이렇게 제안된 전동기의 비대칭 회전자는 기존의 대칭 회전자를 가지는 전동기에서는 볼 수 없던 기계각 기준의 인덕턴스를 유발한다. 이러한 특성을 고려하면 n 차 코일 인덕턴스 행렬 $\mathbf{L}_{coil_H}(n)$ 은 기계각인 θ_{rm} 을 기준으로 코사인 함수가 더해진 꼴이 되어야 한다. 우선 고정자의 비대칭 권선의 효과를 나중에 고려하기로 하고 모든 코일의 턴수가 N 인 것으로 가정하면 제안된 전동기의 $\mathbf{L}_{coil_H}(n)$ 는 식 (5.1)과 같은 형태로 표현된다. 제 4장에서는 정확한 모델링을 위해 코일의 모든 인덕턴스 성분을 표현하였지만, 절대각 센서리스 전동기에서는 회전자 형상 및 고정자 권선의 비대칭으로 인하여 수식이 더 복잡해지기 때문에 이를 간략화하기 위하여 비인접 코일간의 상호 인덕턴스를 모두 영으로 근사하였다. 그림 5-1과 그림 5-2에서 볼 수 있듯이 제안된 전동기는 회전자 웹이 좁기 때문에 극편 부유 효과가 더 크게 발생하므로 이러한 근사가 타당하다고 할 수 있다. 가우스의 법칙에 의하여 식 (5.1)에서 모든 행 혹은 열의 인덕턴스의 합은 영이 되므로 아래의 계수를 통해 $L(n)$ 과 $M(n)$ 의 관계를 표현할 수 있다.

$$k(n) \triangleq \frac{M(n)}{L(n)} = -\frac{1}{2\cos n\frac{\alpha_c}{2}}. \quad (5.2)$$

$$\mathbf{L}_{\text{coll,H}}(n) = \begin{bmatrix} L(n)\cos n\theta_m & M(n)\cos n\left(\theta_m - \frac{\alpha_c}{2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M(n)\cos n\left(\theta_m + \frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M(n)\cos n\left(\theta_m - \frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_m - 2\frac{\alpha_c}{2}\right) & M(n)\cos n\left(\theta_m - 3\frac{\alpha_c}{2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M(n)\cos n\left(\theta_m - 3\frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_m - 4\frac{\alpha_c}{2}\right) & M(n)\cos n\left(\theta_m - 5\frac{\alpha_c}{2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M(n)\cos n\left(\theta_m - 5\frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_m - 6\frac{\alpha_c}{2}\right) & M(n)\cos n\left(\theta_m - 7\frac{\alpha_c}{2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M(n)\cos n\left(\theta_m - 7\frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_m - 8\frac{\alpha_c}{2}\right) & M(n)\cos n\left(\theta_m - 9\frac{\alpha_c}{2}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M(n)\cos n\left(\theta_m - 9\frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_m + 8\frac{\alpha_c}{2}\right) & M(n)\cos n\left(\theta_m + 7\frac{\alpha_c}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M(n)\cos n\left(\theta_m + 7\frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_m + 6\frac{\alpha_c}{2}\right) & M(n)\cos n\left(\theta_m + 5\frac{\alpha_c}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M(n)\cos n\left(\theta_m + 5\frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_m + 4\frac{\alpha_c}{2}\right) & M(n)\cos n\left(\theta_m + 3\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ M(n)\cos n\left(\theta_m + \frac{\alpha_c}{2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M(n)\cos n\left(\theta_m + 3\frac{\alpha_c}{2}\right) & L(n)\cos n\left(\theta_m + 2\frac{\alpha_c}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

$$\mathbf{L}_{\text{coll,H}}(n) = \frac{L(n)}{N^2} \begin{bmatrix} N_1^2 \cos n\theta_m & k(n)N_1N_2 \cos n\left(\theta_m - \frac{1}{9}\pi\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k(n)N_1N_2 \cos n\left(\theta_m + \frac{1}{9}\pi\right) \\ k(n)N_1N_2 \cos n\left(\theta_m - \frac{1}{9}\pi\right) & N_2^2 \cos n\left(\theta_m - \frac{2}{9}\pi\right) & k(n)N_1N_2 \cos n\left(\theta_m - \frac{3}{9}\pi\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k(n)N_1N_2 \cos n\left(\theta_m - \frac{3}{9}\pi\right) & N_1^2 \cos n\left(\theta_m - \frac{4}{9}\pi\right) & k(n)N_1N_2 \cos n\left(\theta_m - \frac{5}{9}\pi\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k(n)N_1N_2 \cos n\left(\theta_m - \frac{5}{9}\pi\right) & N_2^2 \cos n\left(\theta_m - \frac{6}{9}\pi\right) & k(n)N_1N_2 \cos n\left(\theta_m - \frac{7}{9}\pi\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k(n)N_1N_2 \cos n\left(\theta_m - \frac{7}{9}\pi\right) & N_1^2 \cos n\left(\theta_m - \frac{8}{9}\pi\right) & k(n)N_1^2 \cos n\left(\theta_m - \frac{9}{9}\pi\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k(n)N_1^2 \cos n\left(\theta_m - \frac{9}{9}\pi\right) & N_2^2 \cos n\left(\theta_m + \frac{8}{9}\pi\right) & k(n)N_1^2 \cos n\left(\theta_m + \frac{7}{9}\pi\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k(n)N_1^2 \cos n\left(\theta_m + \frac{7}{9}\pi\right) & N_1^2 \cos n\left(\theta_m + \frac{6}{9}\pi\right) & k(n)N_1^2 \cos n\left(\theta_m + \frac{5}{9}\pi\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k(n)N_1^2 \cos n\left(\theta_m + \frac{5}{9}\pi\right) & N_2^2 \cos n\left(\theta_m + \frac{4}{9}\pi\right) & k(n)N_1N_2 \cos n\left(\theta_m + \frac{3}{9}\pi\right) \\ k(n)N_1N_2 \cos n\left(\theta_m + \frac{1}{9}\pi\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k(n)N_1N_2 \cos n\left(\theta_m + \frac{3}{9}\pi\right) & N_2^2 \cos n\left(\theta_m + \frac{2}{9}\pi\right) \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

식 (5.1)에서 코일 턴수의 비대칭을 고려하고 $\alpha_c=40^\circ$ 를 적용하고 $k_{LM}(n)$ 을 이용하여 $M(n)$ 을 $L(n)$ 을 통해 표현하면 식 (5.3)과 같이 나타낼 수 있다.

6P9S 전동기의 권선 변환 행렬 \mathbf{W}_{6P9S} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{W}_{6P9S} \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

이제 식 (5.3)에서 식 (4.56)의 연산을 적용하여 상 인덕턴스 행렬 $\mathbf{L}_{abcs_H}(n)$ 을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{abcs_H}(n) &= \mathbf{W}_{6P9S} \cdot \mathbf{L}_{coil_H}(n) \cdot \mathbf{W}_{6P9S}^T \\ &= \begin{cases} \frac{N_1^2 + 2N_1N_2}{N^2} L(3n') \begin{bmatrix} \cos n' \theta_r & k(3n') \cos n'(\theta_r - 60^\circ) & k(3n') \cos n'(\theta_r + 60^\circ) \\ k(3n') \cos n'(\theta_r - 60^\circ) & \cos n'(\theta_r + 60^\circ) & k(3n') \cos n'(\theta_r + 60^\circ) \\ k(3n') \cos n'(\theta_r + 60^\circ) & k(3n') \cos n'(\theta_r + 60^\circ) & \cos n'(\theta_r - 60^\circ) \end{bmatrix} \\ + \frac{(N_2 - N_1)^2}{N^2} L(3n') \begin{bmatrix} \cos n' \theta_r & 0 & 0 \\ 0 & \cos n'(\theta_r + 60^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & \cos n'(\theta_r - 60^\circ) \end{bmatrix} & \text{for } n = 3n' \\ \\ \frac{N_2^2 - N_1^2}{N^2} L(n) \begin{bmatrix} \cos n(\theta_{rm} + 60^\circ) & 0 & 0 \\ 0 & \cos n(\theta_{rm} - 40^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & \cos n(\theta_{rm} + 40^\circ) \end{bmatrix} \\ + \frac{N_1^2 - N_1N_2}{N^2} k(n) L(n) \begin{bmatrix} 0 & \cos n(\theta_{rm} - 80^\circ) & \cos n(\theta_{rm} - 40^\circ) \\ \cos n(\theta_{rm} - 80^\circ) & 0 & \cos n\theta_{rm} \\ \cos n(\theta_{rm} - 40^\circ) & \cos n\theta_{rm} & 0 \end{bmatrix} & \text{for } n = 2, 4, 8, \text{ and } 10 \end{cases} \quad (5.5) \end{aligned}$$

식 (5.5)에서 n' 은 0 혹은 임의의 짝수를 의미한다.

식 (5.5)에서 $n=3n'$ 에 대해서는 인덕턴스가 전가각인 θ_r 에 대한 함수이며 그 형태가 일반적인 전동기의 상 인덕턴스 행렬과 비슷한 형태이기 때문에 식 (4.114)의 연산을 통해 동기 인덕턴스로 변환하면 일반적인 전동기의 동기 인덕턴스 식인 (4.116), (4.118), (4.120)과 같이 표현된다. 즉 식 (5.5)에서 $n=3n'$ 에 해당하는 상 인덕턴스는 동기 좌표계에서 dc 성분과 6의 배수 고조파를 만들게 된다.

고정자 권선에 비대칭이 없는 $N_1=N_2=N$ 의 조건에서 $n=0, 6$ 에 의해 발생하는 동기 인덕턴스 행렬을 $\mathbf{L}_{dqs_I}^r$ 라고 할 때, $\mathbf{L}_{dqs_I}^r$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{L}_{dqs_I}^r = \mathbf{R}(-\theta_r) \mathbf{T}_{dq} \left\{ \sum_{n=0,6} \mathbf{L}_{abcs_H}(n) \right\} \frac{3}{2} \mathbf{T}_{dq}^T \mathbf{R}(\theta_r) = \begin{bmatrix} L_{ds_I} & 0 \\ 0 & L_{qs_I} \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

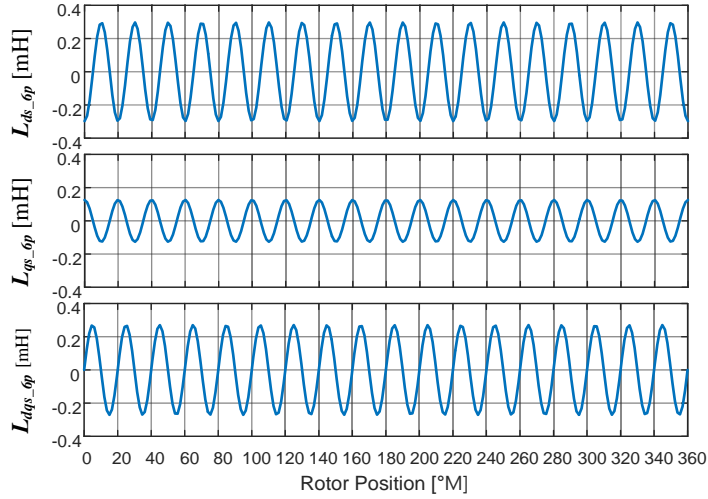


그림 5-4. 세이빙 타입 전동기의 $\mathbf{L}_{\text{dqs_6p}}^r$

영구자석에 의한 쇄교 자속을 나타내는 상수인 λ_{PM} 을 유지하기 위해 아래와 같이 한 상의 전체 턴 수를 유지하면서 코일의 턴수 N_1 과 N_2 를 설계할 수 있다.

$$2N_1 + N_2 = 3N . \quad (5.7)$$

N_1 과 N_2 가 다른 조건에서 $n=0, 6$ 에 의해 발생하는 동기 인덕턴스 행렬을 $\mathbf{L}_{\text{dqs_F}}^r$ 라고 할 때, N_1 과 N_2 가 식 (5.7)을 만족하면 $\mathbf{L}_{\text{dqs_F}}^r$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{L}_{\text{dqs_F}}^r = \mathbf{L}_{\text{dqs_I}}^r + \frac{(N_2 - N_1)^2}{2N^2} L(0) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} . \quad (5.8)$$

식 (5.8)에 의하면 $\mathbf{L}_{\text{dqs_F}}^r$ 는 $\mathbf{L}_{\text{dqs_I}}^r$ 에 비해서 인덕턴스 전체의 크기는 커지지만 d축과 q축의 인덕턴스 차이는 유지된다. 즉 식 (5.7)을 만족시키는 선에서 N_1 과 N_2 를 다르게 설계하면 전동기의 토크 특성은 크게 변하지 않는다는 것을 알 수 있다.

그림 5-4는 동기 인덕턴스 행렬에서 6고조파 성분을 뜻하는 $\mathbf{L}_{\text{dqs_6p}}^r$ 의 각 성분을 나타낸다. 식 (4.116), (4.118), (4.120)의 동기 인덕턴스의 일반형을 식 (5.5)에 맞게 수정한 후 $n=12, 18, 24$ 에 해당하는 성분을 더하면 $\mathbf{L}_{\text{dqs_6p}}^r$ 를 얻을 수 있다. $\mathbf{L}_{\text{dqs_6p}}^r$ 는 θ_r 의 한 주기 기준으로 6회 동일한 패턴이 반복되므로 이를 통해서는 θ_r 의 정보를 알 수 없다.

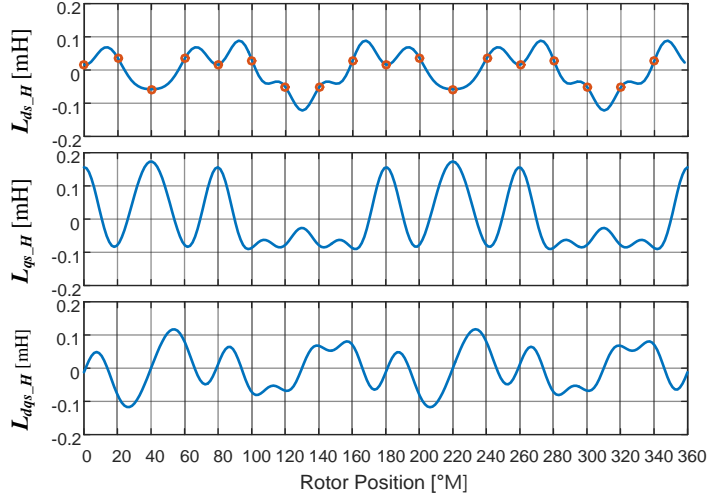


그림 5-5. 셰이빙 타입 전동기의 $\mathbf{L}_{dqs_Har}^r$

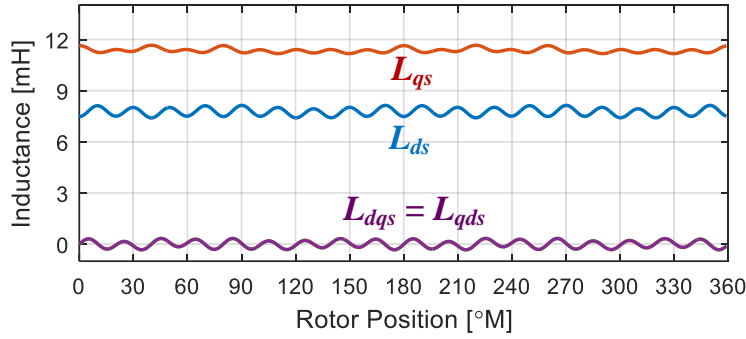


그림 5-6. 셰이빙 타입 전동기의 \mathbf{L}_{dqs}^r

그림 5-3에서 보여준 코일 인덕턴스의 2, 4, 8, 10차 고조파에 의한 동기 좌표계 인덕턴스 $\mathbf{L}_{dqs_Har}^r$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{L}_{dqs_Har}^r = \mathbf{R}(-\theta_r) \mathbf{T}_{dq} \left\{ \mathbf{L}_{abcs_H}(2) + \mathbf{L}_{abcs_H}(4) + \mathbf{L}_{abcs_H}(8) + \mathbf{L}_{abcs_H}(10) \right\} \frac{3}{2} \mathbf{T}_{dq}^T \mathbf{R}(\theta_r). \quad (5.9)$$

식 (5.5)에서 $n=2, 4, 8, 10$ 에 대한 행렬은 동기 좌표계로 변환하였을 때 간단한 형태로 표현되지 않는다. 따라서 복잡한 일반해를 계산하는 대신 수식 (5.9)에 셰이빙 타입 전동기의 인덕턴스 계수를 대입하여 계산한 $\mathbf{L}_{dqs_Har}^r$ 을 그림 5-5에 도시하였다. 이 그림을 보면 인덕턴스가 θ_r 가 아닌 θ_{rm} 기준으로 180° 의 주기를 가지며 반복되는 것을 알 수 있다. 이러한 특성을 θ_{rm} 의 추정에 이용할 수 있다.

제안된 전동기의 전체 동기 인덕턴스는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{L}_{dqs}^r = \mathbf{L}_{dqs_F}^r + \mathbf{L}_{dqs_6p}^r + \mathbf{L}_{dqs_Har}^r . \quad (5.10)$$

그림 5-6은 세이빙 타입 전동기의 \mathbf{L}_{dqs}^r 를 식 (5.10)을 통해 계산하여 도시한 것이다. 이 그림에서 $\mathbf{L}_{dqs_F}^r$ 는 \mathbf{L}_{dqs}^r 의 평균 인덕턴스를 결정하고 $\mathbf{L}_{dqs_6p}^r + \mathbf{L}_{dqs_Har}^r$ 는 고조파 성분을 결정하게 된다. \mathbf{L}_{dqs}^r 에 포함된 $\mathbf{L}_{dqs_Har}^r$ 성분은 θ_r 에 따라서 주기적으로 반복되지 않고 θ_{rm} 에 따라 변하게 된다.

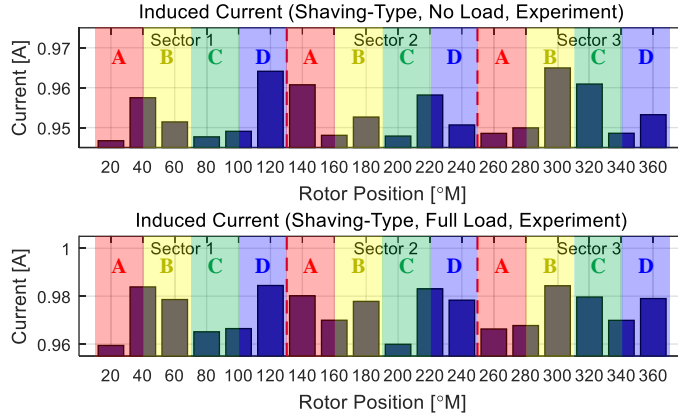
5.2.3 회전자의 절대 위치 추정 알고리즘

$\mathbf{L}_{dqs_Har}^r$ 은 고주파 전압 주입에 따른 고주파 전류 맥동을 통하여 계산할 수 있다. 일반적으로 q축 인덕턴스는 d축 인덕턴스에 비하여 부하 상황에서 포화가 더 쉽게 되므로 회전자의 절대 위치 추정 시에는 L_{qs_Har} 보다는 L_{ds_Har} 을 사용하는 것이 바람직하다. d축 전압 주입에 따른 d축 전류 맥동은 다음의 식으로 표현된다.

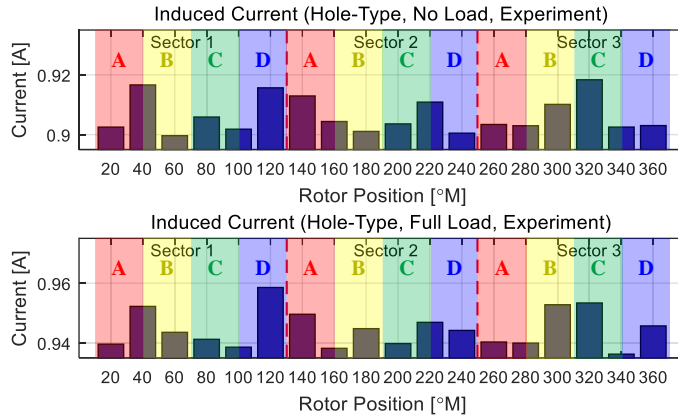
$$\Delta i_{dsh}^r[n] \approx \frac{T_s}{L_{ds}} v_{inj}^*[n-2] = \frac{T_s}{L_{ds_F} + L_{ds_6p} + L_{ds_H}} v_{inj}^*[n-2]. \quad (5.11)$$

위의 식과 같이 d축 전류는 L_{ds_Har} 뿐만 아니라 회전자 위치에 따라서는 변하는 L_{ds_6p} 의 영향도 같이 받게 된다. 하지만 L_{ds_6p} 의 최고점(Peak) 혹은 최저점(Valley)에서 전류 맥동을 측정하면 L_{ds_6p} 의 값이 일정하기 때문에 L_{ds_Har} 의 변화에 따른 영향을 분리해낼 수 있다.

그림 5-7은 L_{ds_6p} 의 최저점에 해당하는 $\theta_{rm}=0^\circ\text{M}, 20^\circ\text{M}, \dots, 340^\circ\text{M}$ 에서 d축 전압 주입에 따른 전류 맥동의 크기를 나타낸 것이다. 이러한 전류 맥동의 차이는 모두 L_{ds_Har} 의 변화에 의한 것이라고 할 수 있다. 그림 5-5와 그림 5-7을 비교하면 L_{ds_Har} 의 크기가 큰 지점에서 전류 맥동이 작아지고 L_{ds_Har} 의 크기가 작은 지점에서 전류 맥동이 커지는 것을 확인할 수 있다. 이러한 전류 맥동 프로파일을 바탕으로 회전자의 기계적인 위치에 따라서 섹터(Sector) 1, 2, 3 을 나눌 수 있다. 섹터 1, 2, 3의 범위는 그림 5-1(가), 그림 5-2(가), 그림 5-7에 모두 표시하였다. 또한 각 섹터는 A, B, C, D의 서브 섹터(Sub-sector)로 나누어진다. 그림 5-7에는 각 서브 섹터 A-D의 범위가 표시되어 있다.



(가) 셰이빙 타입 전동기



(나) 홀 타입 전동기

그림 5-7. 제안된 절대각 센서리스 전동기에서의 전류 맥동 프로파일

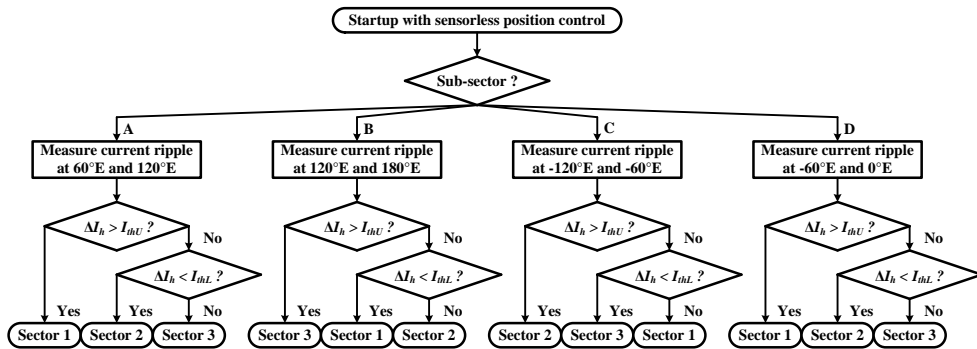


그림 5-8. 회전자의 초기 섹터 판별을 위한 플로 차트

그림 5-8은 회전자의 초기 섹터 판별을 위한 플로 차트(Flow chart)를 나타낸다. 서브 섹터는 전기각을 기준으로 나누어지기 때문에 기존의 센서리스 제어를 통하여 기동 시 θ_r 을 추정하면 알 수 있다. 그 다음에는 그림 5-7에서 전류 맥동이 측정된 회전자 위치 중에 가장 가까운 두

곳으로 회전자를 이동시켜서 전류 맥동을 각각 측정한 후 전류 맥동의 차이 ΔI_h 를 계산한다. ΔI_h 를 전류의 두 기준점인 I_{thU} 와 I_{thL} 과 비교하면 섹터를 판별할 수 있다. I_{thU} 와 I_{thL} 은 전류 맥동 데이터인 그림 5-7에 기반하여 미리 계산해둔 값이다. 마지막으로 전동기의 누적 회전수를 의미하는 \hat{N}_{rev} 를 판별한 섹터로부터 구하면 회전자의 절대 위치를 아래 식에 의하여 계산할 수 있다.

$$\hat{\theta}_{rm} = \frac{1}{p} \left(\hat{\theta}_r + 2\pi \cdot \hat{N}_{rev} \right). \quad (5.12)$$

이 방법을 사용하면 회전자를 특정 위치에 정렬시켜야 하므로 기동 후에 회전자를 약간 움직여야 한다는 단점이 있다. 초기 정렬을 위해서 회전자가 움직이는 각도는 최소 20°M 최대 30°M이다.

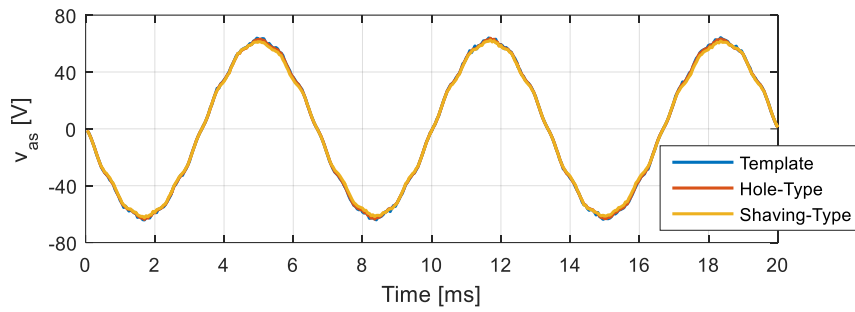
5.2.4 제안된 전동기의 기본 특성

제안된 전동기는 비대칭적인 회전자 및 고정자 구조를 가지고 있기 때문에 기본 특성의 변화가 생길 수 있다. 이러한 기본 특성의 변화를 알아보기 위하여 FEA를 통해 템플릿 전동기와 제안된 두 전동기의 기존 특성을 비교해보았다.

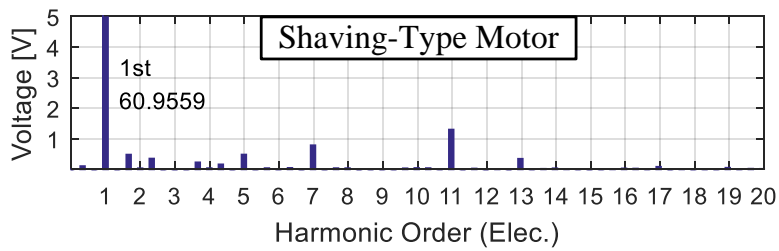
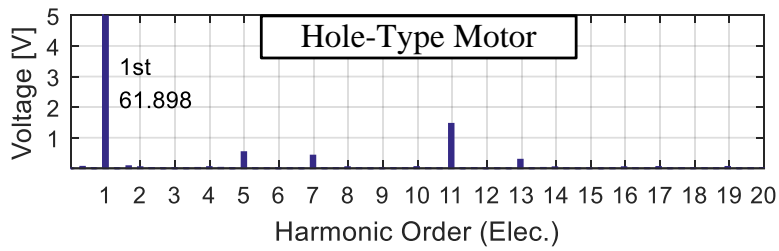
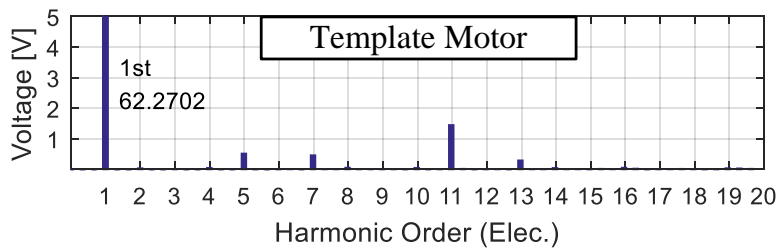
그림 5-9와 그림 5-10은 각각 역기전력과 토크 특성을 나타낸다. 템플릿 전동기와 비교해서 제안된 두 전동기에서는 역기전력의 기본값과 토크 평균값이 2% 이내로 감소하였고 저차 고조파가 조금 늘어난 것을 볼 수 있다.

그림 5-11은 불평형 자기력(Unbalanced Magnetic Force: UMF) 특성을 나타낸다. UMF는 Maxwell's stress tensor 방법을 사용하여 공극의 자속 밀도로부터 계산하였다[71]. 제안된 전동기에서 UMF의 방향은 축을 기준으로 회전하는 것이 아니라 특정 범위에 머물게 된다. 이는 제안된 전동기에서 우측 상단에 몰려있는 N_2 턴의 코일에서 회전을 당기는 힘을 많이 발생시키기 때문이다.

그림 5-12에서는 셰이빙 타입 전동기의 동기 인덕턴스를 제안된 전동기의 모델링인 식 (5.10)을 통해 계산한 것과 FEA를 통해 바로 계산한 것을 같이 나타내었다. 그림 5-12(가)에서는 실험적으로 구한 그림 5-7의 전류 맥동으로부터 인덕턴스를 역으로 계산한 것도 같이 도시하였다. 그림 5-12(가)-(다)에서 제안된 수식에 의한 인덕턴스는 FEA로 구한 것과 전반적으로 잘 맞는 것을 확인할 수 있다. 그림 5-12(가)에서 실험적으로 구한 L_{ds} 는 FEA 및 수식에 의한 것에 비하여 평균값이 약간 작지만 회전자 위치에 따라 변화하는 양상은 잘 맞는 것을 알 수 있다. 제안된 회전자 절대 위치 추정 알고리즘에서는 $\Delta\theta_k$ 를 사용하기 때문에 전류 맥동의 차이만 잘 맞으면 이렇게 크기가 조금 달라도 큰 문제가 발생하지 않는다.

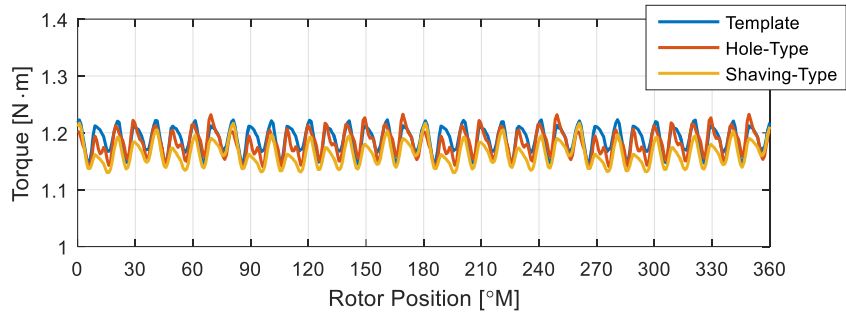


(가) 역기전력 파형

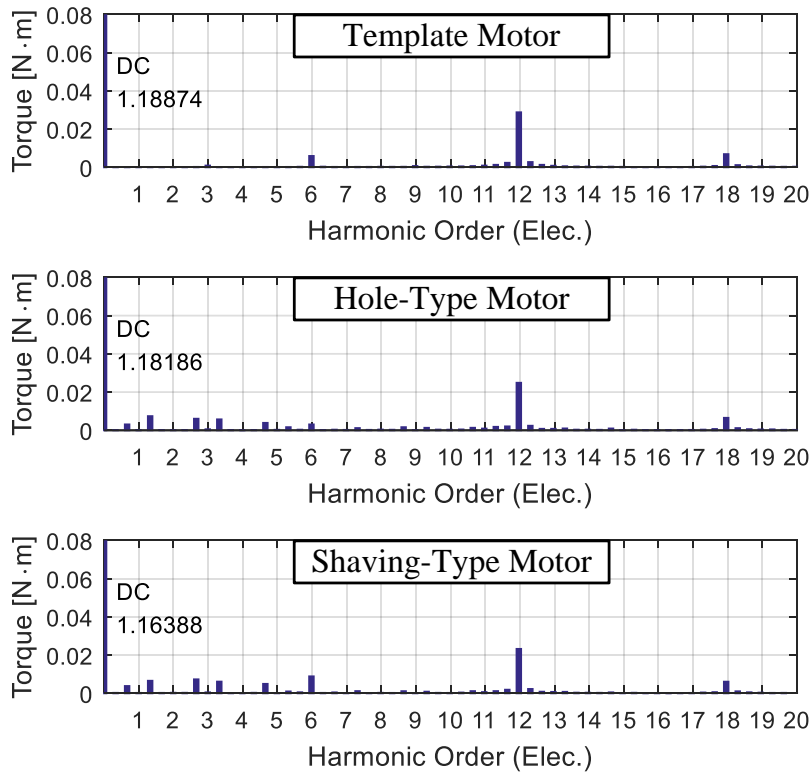


(나) 역기전력의 고조파 스펙트럼

그림 5-9. 역기전력 특성

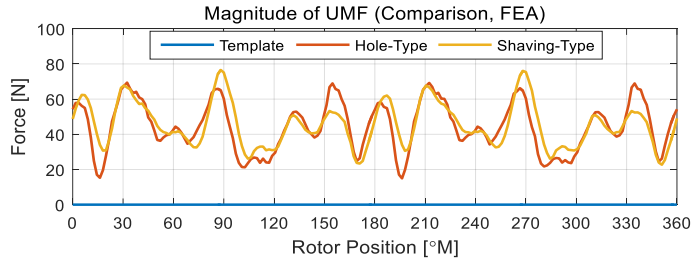


(가) 토크 파형

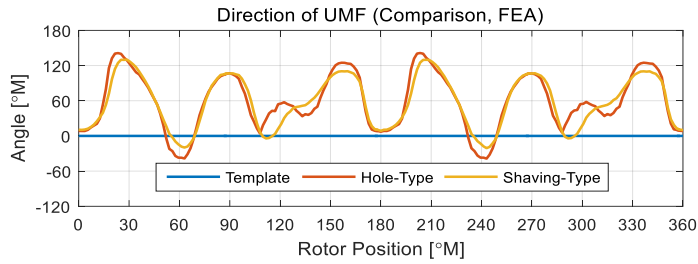


(나) 역기전력의 고조파 스펙트럼

그림 5-10. 토크 특성

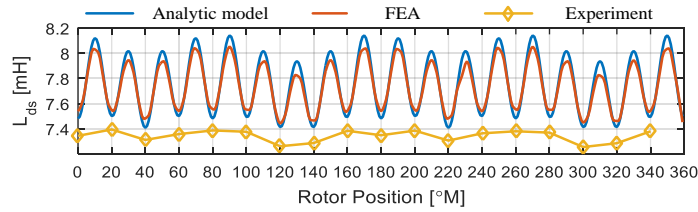


(가) UMF의 크기

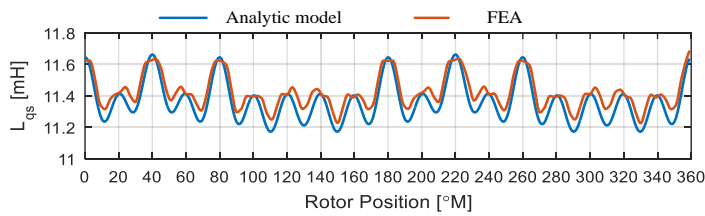


(나) UMF의 방향

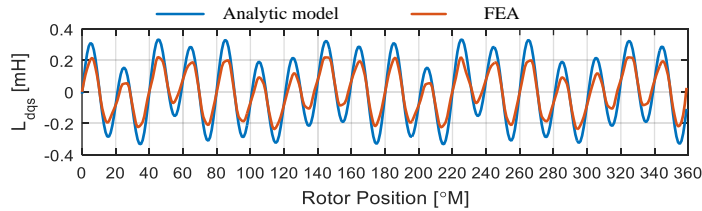
그림 5-11. UMF 특성



(가) L_{ds}



(나) L_{qs}



(다) L_{dqs} 와 L_{qds}

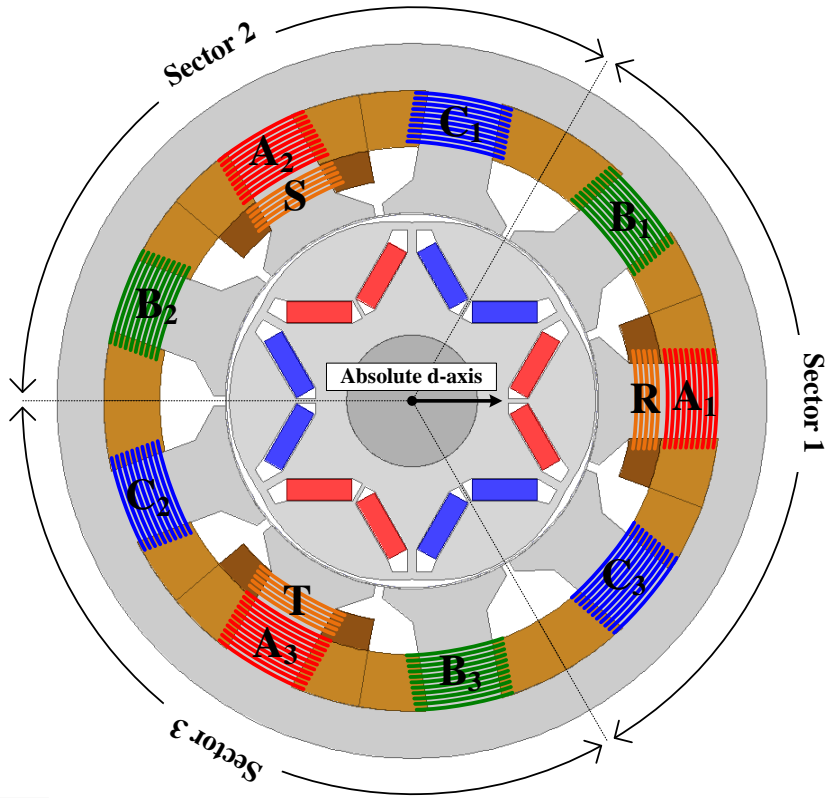
그림 5-12. 셰이빙 타입 전동기의 동기 인덕턴스 특성

5.3 비대칭 회전자와 측정 코일을 가지는 절대각 센서리스 전동기

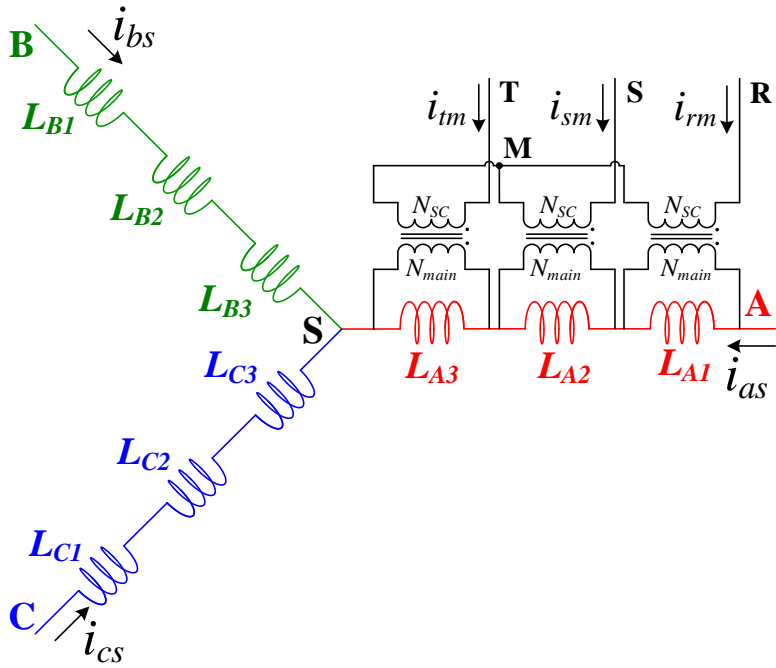
5.3.1 제안된 전동기 설계

그림 5-13은 제안된 절대각 센서리스 전동기의 설계를 나타낸다. 본 논문에서는 이 전동기를 “측정 코일형 전동기(Search coil-type motor)”로 부르기로 한다. 측정 코일형 전동기도 5.2절에서 다룬 세이빙 타입 전동기와 같은 템플릿 전동기에서부터 형상을 수정하여 설계한 것이다. 그림 5-13(나)에 나타난 것과 같이 측정 코일형 전동기는 ABC로 표시된 주 권선(Main winding)과 RST로 표시된 측정 코일 권선(Search coil winding)으로 총 두가지의 권선을 가지고 있다. 주 권선의 각 상은 40턴의 코일 세개가 직렬로 연결되어 있고, 세개의 상 권선은 Y결선으로 연결되어서 삼상 권선을 이룬다. 측정 코일 권선은 주 권선에 인가된 전압을 3상의 전압 신호로 변환하는 역할을 한다. 주 권선과 측정 권선의 턴수는 각각 N_{main} 과 N_{sc} 으로 지칭한다.

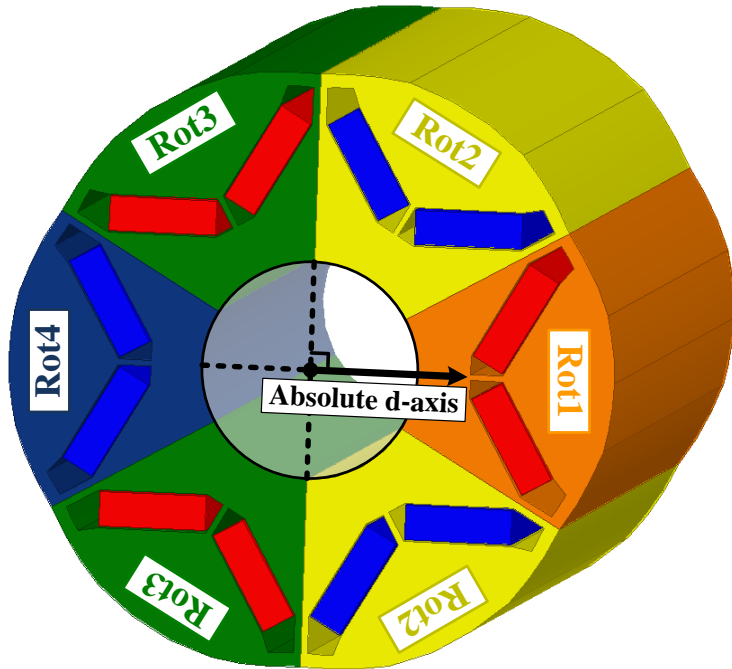
그림 5-13(다)-(라)는 회전자의 형태를 나타낸다. 회전자는 Rot1-Rot4로 표시된 각기 다른 네가지 회전자 조각으로 이루어져있다. 그림 5-13(라)에 표시한 것과 같이 각 회전자 조각의 표면은 각기 다른 깊이로 절삭이 되어 있다. 이러한 이유로 측정 코일형 전동기의 인덕턴스는 기계각 기준으로 1고조파의 성분을 가지게 된다. 각 회전자 조각의 절삭 정도를 조절하여서 1고조파 인덕턴스의 크기를 조절할 수 있다.



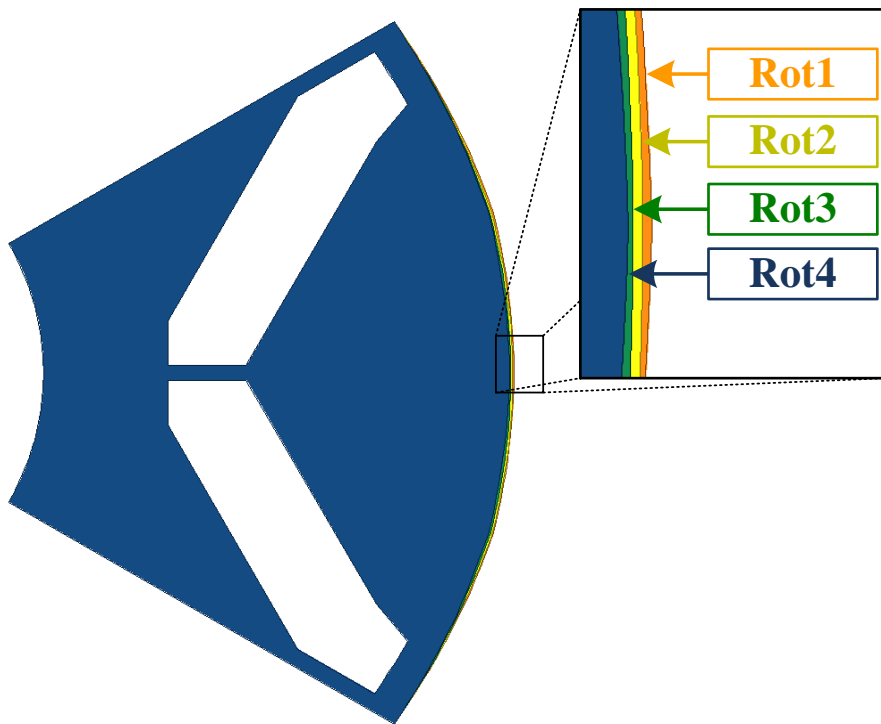
(가) 단면도



(나) 권선도



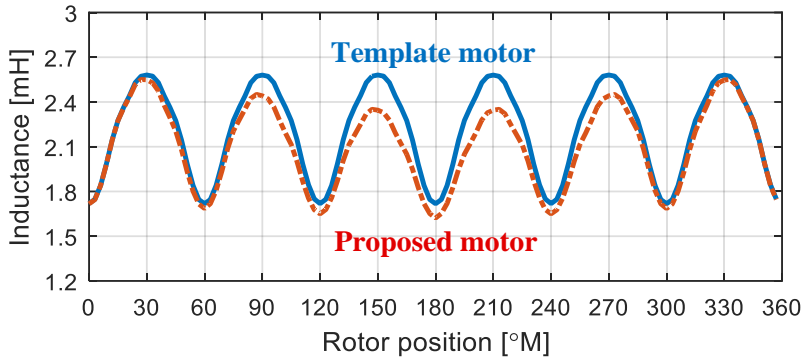
(다) 각기 다른 형상의 조각으로 이루어진 회전자



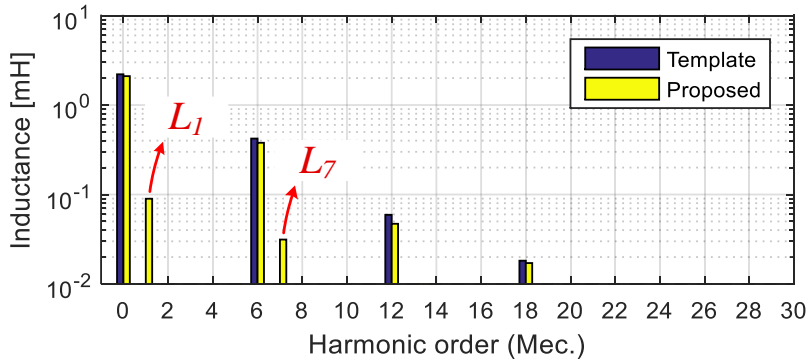
(라) 회전자 조각을 겹친 모습

그림 5-13. 측정 코일형 전동기

5.3.2 제안된 전동기의 모델링



(가) A_1 코일의 자기 인덕턴스 L_{alal}



(나) L_{alal} 의 고조파 스펙트럼

그림 5-14. 측정 코일형 전동기 코일의 자기 인덕턴스 특성

그림 5-14는 FEA를 통해 추출한 측정 코일형 전동기의 L_{alal} 와 그 고조파 스펙트럼을 나타낸다. 그림 5-14(가)를 보면 알 수 있듯이 제안된 전동기의 코일 인덕턴스에는 1고조파 성분이 포함되어 있다. 그림 5-14(나)의 고조파 스펙트럼을 보면 템플릿 전동기에서는 dc 성분과 극수의 배수 고조파 성분만 존재하지만 제안된 전동기에서는 이에 1고조파와 7고조파가 추가된 것을 알 수 있다.

코일 인덕턴스에서 1고조파와 7고조파가 주 권선 인덕턴스에 어떠한 영향을 주는지 알아보기 위해 우선 측정 코일의 영향을 무시하고 회전자의 절삭만을 고려하면 $L_{coil_H}(n)$ 은 식 (5.13)과 같이 표현된다. 여기서도 마찬가지로 극편 부유 효과를 고려해서 인접한 코일간의 인덕턴스만 고려하였다. 여기서 $k(n)$ 은 식 (5.2)와 같다.

$$\mathbf{L}_{\text{coil_H}}(n) = L(n) \begin{bmatrix} \cos n\theta_{rm} & k(n)\cos n\left(\theta_{rm} - \frac{\alpha_c}{2}\right) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & k(n)\cos n\left(\theta_{rm} + \frac{\alpha_c}{2}\right) \\ k(n)\cos n\left(\theta_{rm} - \frac{\alpha_c}{2}\right) & \cos n\left(\theta_{rm} - 2\frac{\alpha_c}{2}\right) & k(n)\cos n\left(\theta_{rm} - 3\frac{\alpha_c}{2}\right) & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k(n)\cos n\left(\theta_{rm} - 3\frac{\alpha_c}{2}\right) & \cos n\left(\theta_{rm} - 4\frac{\alpha_c}{2}\right) & \ddots & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k(n)\cos n\left(\theta_{rm} - 5\frac{\alpha_c}{2}\right) & \ddots & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & \ddots & k(n)\cos n\left(\theta_{rm} + 7\frac{\alpha_c}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \ddots & \cos n\left(\theta_{rm} + 6\frac{\alpha_c}{2}\right) & k(n)\cos n\left(\theta_{rm} + 5\frac{\alpha_c}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & k(n)\cos n\left(\theta_{rm} + 5\frac{\alpha_c}{2}\right) & \cos n\left(\theta_{rm} + 4\frac{\alpha_c}{2}\right) & k(n)\cos n\left(\theta_{rm} + 3\frac{\alpha_c}{2}\right) \\ k(n)\cos n\left(\theta_{rm} + \frac{\alpha_c}{2}\right) & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & k(n)\cos n\left(\theta_{rm} + 3\frac{\alpha_c}{2}\right) & \cos n\left(\theta_{rm} + 2\frac{\alpha_c}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (5.13)$$

$$\mathbf{L}_{\text{abcs_H}}(n) = \mathbf{W}_{\text{6P9S}} \cdot \mathbf{L}_{\text{coil_H}}(n) \cdot \mathbf{W}_{\text{6P9S}}^T$$

$$= \begin{cases} p \cdot L(pn') \begin{bmatrix} \cos n'\theta_r & -k(pn')\cos n'\left(\theta_r - \frac{1}{3}\pi\right) & -k(pn')\cos n'\left(\theta_r + \frac{1}{3}\pi\right) \\ -k(pn')\cos n'\left(\theta_r - \frac{1}{3}\pi\right) & \cos n'\left(\theta_r - \frac{2}{3}\pi\right) & -k(pn')\cos n'\left(\theta_r + \frac{3}{3}\pi\right) \\ -k(pn')\cos n'\left(\theta_r + \frac{1}{3}\pi\right) & -k(pn')\cos n'\left(\theta_r + \frac{3}{3}\pi\right) & \cos n'\left(\theta_r + \frac{2}{3}\pi\right) \end{bmatrix} & \text{for } n = pn' \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \text{otherwise} \end{cases}. \quad (5.14)$$

주 권선에서 코일식 (5.4)의 권선 변환 행렬을 이용하여 $\mathbf{L}_{abc_H}(n)$ 을 구하면 식 (5.14)와 같다. 여기서 n '은 임의의 정수를 의미한다. 식 (5.14)에서 알 수 있듯이 상 인덕턴스는 n 이 p 의 배수인 경우에만 유효한 값을 가진다. 그림 5-14에 나타낸 인덕턴스의 추가 고조파는 차수가 1과 7인데, 이는 $p(3)$ 의 배수가 아니므로 상 권선에서는 영의 인덕턴스로 보이게 된다. 즉 회전자 절삭에 의한 성분은 주 권선에서 보이는 전동기의 특성에 큰 영향을 주지 않는다.

이제 측정 코일을 존재를 고려하여 측정 코일에 인가되는 전압을 구해보자. 측정 코일은 전압 측정만을 위한 것이므로 측정 권선의 전류는 영이라고 가정할 수 있다($i_{rstm}=0$). 식 (5.13)에서 A상 코일의 쇄교 자속을 형성하는 인덕턴스 성분만 빼내서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{L}_{as_H}(n) = L(n) \begin{bmatrix} \cos n\theta_{rm} & k_n \cos n\left(\theta_{rm} - \frac{1}{9}\pi\right) & k_n \cos n\left(\theta_{rm} + \frac{1}{9}\pi\right) \\ \cos n\left(\theta_{rm} - \frac{6}{9}\pi\right) & k_n \cos n\left(\theta_{rm} - \frac{7}{9}\pi\right) & k_n \cos n\left(\theta_{rm} - \frac{5}{9}\pi\right) \\ \cos n\left(\theta_{rm} + \frac{6}{9}\pi\right) & k_n \cos n\left(\theta_{rm} + \frac{5}{9}\pi\right) & k_n \cos n\left(\theta_{rm} + \frac{7}{9}\pi\right) \end{bmatrix}. \quad (5.15)$$

이를 이용하여 주 권선 A상 코일 쇄교 자속을 다음과 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \lambda_{as1} \\ \lambda_{as2} \\ \lambda_{as3} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} L_{ls} \\ L_{ls} \\ L_{ls} \end{bmatrix} i_{as} + \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{L}_{as_H}(n) \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \lambda_{PM} \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ \cos \theta_r \\ \cos \theta_r \end{bmatrix}. \quad (5.16)$$

그림 5-13(가)와 권선 구조에서는 주 권선의 코일과 측정 코일의 자기적으로 잘 결합되어있다고 할 수 있다. 이러한 가정 하에 측정 코일 권선의 쇄교 자속을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \lambda_{rm} \\ \lambda_{sm} \\ \lambda_{tm} \end{bmatrix} = \frac{N_{SC}}{N_{main}} \left(\begin{bmatrix} \lambda_{as1} \\ \lambda_{as2} \\ \lambda_{as3} \end{bmatrix} - \frac{1}{3} \begin{bmatrix} L_{ls} \\ L_{ls} \\ L_{ls} \end{bmatrix} i_{as} \right) = \frac{1}{3} \lambda_{PM} \frac{N_{SC}}{N_{main}} \begin{bmatrix} \cos \theta_r \\ \cos \theta_r \\ \cos \theta_r \end{bmatrix} + \frac{N_{SC}}{N_{main}} \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{L}_{as_H}(n) \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix}. \quad (5.17)$$

식 (5.17)을 정지 좌표계 dq 값으로 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \lambda_{dm}^s \\ \lambda_{qm}^s \end{bmatrix} = \frac{N_{SC}}{N_{main}} \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{T}_{dq} \mathbf{L}_{as_H}(n) \frac{3}{2} \mathbf{T}_{dq}^T \cdot \begin{bmatrix} i_{ds}^s \\ i_{qs}^s \end{bmatrix}. \quad (5.18)$$

식 (5.18)에서 $\mathbf{T}_{dq}\mathbf{L}_{as-H}(n)\frac{3}{2}\mathbf{T}_{dq}^T$ 는 아래와 같이 정리된다.

$$\mathbf{T}_{dq}\mathbf{L}_{asn}\frac{3}{2}\mathbf{T}_{dq}^T = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \text{for } n = 3n' \\ L_n \begin{bmatrix} \frac{3}{2}\cos n\theta_{rm} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\tan\frac{1}{9}n\pi \cdot \cos\left(n\theta_{rm}-\frac{\pi}{2}\right) \\ \frac{3}{2}\sin n\theta_{rm} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\tan\frac{1}{9}n\pi \cdot \sin\left(n\theta_{rm}-\frac{\pi}{2}\right) \end{bmatrix} & \text{for } n = 3n'+1 \\ L_n \begin{bmatrix} \frac{3}{2}\cos n\theta_{rm} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\tan\frac{1}{9}n\pi \cdot \cos\left(n\theta_{rm}-\frac{\pi}{2}\right) \\ -\frac{3}{2}\sin n\theta_{rm} & \frac{\sqrt{3}}{2}\tan\frac{1}{9}n\pi \cdot \sin\left(n\theta_{rm}-\frac{\pi}{2}\right) \end{bmatrix} & \text{for } n = 3n'+2 \end{cases} \quad (5.19)$$

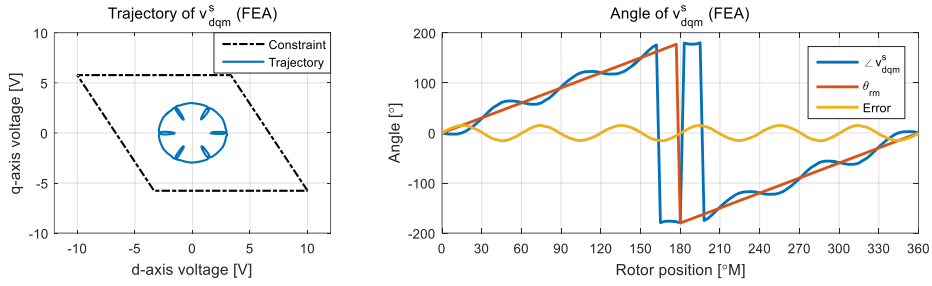
식 (5.19)에서 알 수 있듯이 전동기의 기본 인덕턴스를 결정하는 dc 및 P 의 배수 인덕턴스는 측정 코일 권선에서는 보이지 않는다. 그대신 회전자 절삭으로 인해 생긴 1고조파와 7고조파 인덕턴스는 식 (5.19)에서 $n=3n'+1$ 에 해당하므로 측정 코일 권선에서 보이게 된다. 식 $\begin{bmatrix} v_{dm}^s & v_{qm}^s \end{bmatrix}^T = d/dt \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{dm}^s & \lambda_{qm}^s \end{bmatrix}^T$ 를 통해 측정 코일 권선에서의 정지 좌표계 dq 전압을 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{v}_{dqm}^s = \begin{bmatrix} v_{dm}^s \\ v_{qm}^s \end{bmatrix} = K_{sc} \sum_{n=1,7} \left\{ \begin{aligned} & \sqrt{3}L_n (\Sigma L_s - \Delta L_s \cos 2\theta_r) \begin{bmatrix} \cos n\theta_{rm} \\ \sin n\theta_{rm} \end{bmatrix} \\ & + L_n \Delta L_s \sin 2\theta_r \cdot \tan\frac{1}{9}n\pi \begin{bmatrix} \cos\left(n\theta_{rm}-\frac{\pi}{2}\right) \\ \sin\left(n\theta_{rm}-\frac{\pi}{2}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} v_{ds}^s. \quad (5.20)$$

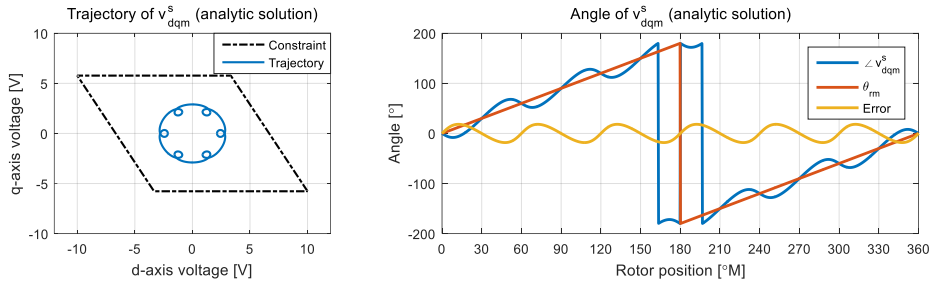
식 (5.20)에 있는 상수들은 다음과 같이 정의된다.

$$\Sigma L_s \triangleq \frac{L_{ds} + L_{qs}}{2}, \Delta L_s \triangleq \frac{L_{ds} - L_{qs}}{2}, \text{ and } K_{sc} \triangleq \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{N_{sc}}{N_{main}} \frac{1}{L_{ds} L_{qs}}. \quad (5.21)$$

실제 절대각 추정 과정에서는 정지 좌표계 d축에만 전압을 주입하기 때문에 ($v_{qs}^s = 0$) 식 (5.20)에서 v_{qs}^s 는 무시하였다. 식 (5.20)에서 전압의 위상에 기계각 회전자 위치가 포함되어 있는 것을 볼 수 있다.



(가) FEA로 얻은 궤적 및 위상



(나) 식 (5.20)으로 계산한 궤적 및 위상

그림 5-15. v_{dqm}^s 의 궤적 및 위상

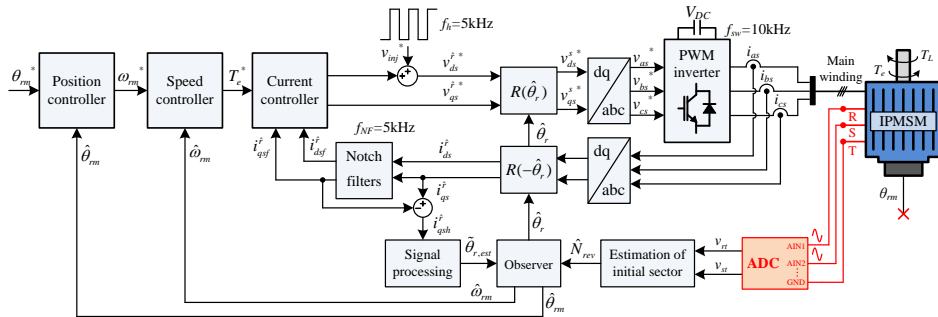


그림 5-16. 제안된 절대각 센서리스 구동 시스템의 블록도

그림 5-15는 회전자 위치에 따른 v_{dqm}^s 의 궤적과 위상을 FEA 시뮬레이션으로 것과 해석적인 해(Analytic solution)에 따라 계산한 것을 나타낸다. 그림 5-15(가)는 주 권선에 펄스 폭 변조(Pulse Width Modulation: PWM) 전압을 인가되는 조건에서 측정 코일에 인가되는 전압을 통해 구한 것이다. 그림 5-15(나)는 $v_{ds}^s = 207V$ 조건에서 식 (5.20)을 통해 계산한 것이다. 그림 5-15(나)의 궤적과 위상은 그림 5-15(가)의 것과 잘 맞으며, 이를 통해 식 (5.20)의 유효성이 검증된다고 할 수 있다. 그림 5-15에서 보이는 명확한 $\angle v_{dqm}^s$ 와 θ_{rm} 의 상관 관계는 회전자 절대 위치

추정에 활용된다.

5.3.3 측정 코일 전압의 측정

그림 5-16는 제안된 절대각 센서리스 구동 시스템의 블록도(Block diagram)를 나타낸다. 인버터는 주 권선을 통해 IPMSM을 구동하고, 측정 코일 권선은 제어 보드의 아날로그-디지털 변환기(Analog-to-Digital Converter: ADC)에 곧바로 연결된다. 식 (5.20)의 \mathbf{v}_{dqm}^s 는 영상분 전압(zero-sequence voltage)의 영향을 받지 않기 때문에 측정 코일의 선간 전압인 v_{rt} 와 v_{st} 만을 측정하여 \mathbf{v}_{dqm}^s 을 다음 식을 통해 얻을 수 있다.

$$\mathbf{v}_{dqm}^s = \begin{bmatrix} v_{dm}^s \\ v_{qm}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 \\ 0 & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{rt} \\ v_{st} \end{bmatrix}. \quad (5.22)$$

ADC는 입력 전압의 범위가 있기 때문에 v_{rt} 와 v_{st} 는 그 범위 안에 들어와야 한다. $\pm 10V$ 의 입력 범위를 가지는 ADC를 사용할 경우 식 (5.22)를 통해 계산된 \mathbf{v}_{dqm}^s 는 아래의 범위 안으로 제한된다.

$$\begin{aligned} -\sqrt{3}v_{dm}^s - \frac{20}{\sqrt{3}} &\leq v_{qm}^s \leq -\sqrt{3}v_{dm}^s + \frac{20}{\sqrt{3}} \\ -\frac{10}{\sqrt{3}} &\leq v_{qm}^s \leq \frac{10}{\sqrt{3}}. \end{aligned} \quad (5.23)$$

식 (5.23)으로 표현된 제한 범위는 사다리꼴의 모양을 하고 있으며, 이는 그림 5-15에 표시되어 있다.

그림 5-17은 흔히 사용되는 대칭 연속 펄스 폭 변조(Symmetrical continuous PWM: SCPWM)와 불연속 펄스 폭 변조(Discontinuous PWM: DPWM)에 따라 신호 주입 시 파형이 어떠한지를 보여준다. 삼상 극 전압(Pole voltage) 지령을 의미하는 \mathbf{v}_{abcn}^* 는 주입 전압 지령인 v_{inj}^* 를 통해 계산되고, 상 전압은 \mathbf{v}_{abcn}^* 와 반송파(Carrier wave)의 비교를 통해 결정된다. 그림 5-17(가)에 나타난 것처럼 SCPWM 사용 시에는 유효 벡터가 샘플링 주기에서 중간에 위치하며 샘플링 시점에 영 벡터(Zero vector)가 인가되는 특성이 있다. 그렇기 때문에 SCPWM을 사용하면 샘플링 시점에서 v_{rt} 와 v_{st} 이 영이 되며, 이러한 이유로 측정 코일 전압을 측정하는 목적으로는 SCPWM을 사용할 수 없다. 그림 5-17(나)에 나타난

것처럼 DPWM을 사용하면 측정 코일 전압이 4회의 샘플링 시점 중에 한번씩 유효한 값을 가지기 때문에 이 시점에 측정 코일 전압을 측정할 수 있다. 또한 DPWM에서 측정 코일 전압의 측정 시에는 상 전류가 영이 되기 때문에 전동기가 자기 포화가 되지 않는 점도 장점이 된다. 이러한 이유로 측정 권선 측정 시에는 일시적으로 DPWM이 사용되며 보통의 구동 조건에서는 SCPWM이 사용된다.

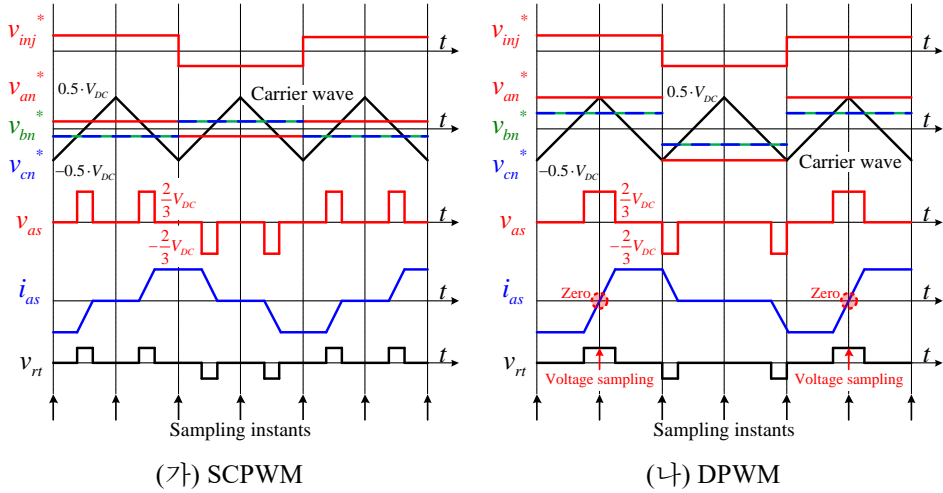


그림 5-17. PWM 방법에 따른 신호 주입시 파형

5.3.4 회전자의 절대 위치 추정 알고리즘

그림 5-15(가)에서의 $\angle \mathbf{v}_{dqm}^s$ 를 전기각으로 보면 그림 5-18과 같다. 이 그림을 보면 $\angle \mathbf{v}_{dqm}^s$ 는 세 섹터에서 같은 모양의 곡선이 120도씩 서로 떨어진 모양을 하고 있다. 세 섹터에서의 오프셋을 고려하여서 $\angle \mathbf{v}_{dqm}^s$ 의 평균을 계산하면 다음과 같다.

$$\angle \mathbf{v}_{dqm_avg}^s(\theta_r) = \frac{\angle \mathbf{v}_{dqm1}^s(\theta_r) + \left(\angle \mathbf{v}_{dqm2}^s(\theta_r) - \frac{2}{3}\pi \right) + \left(\angle \mathbf{v}_{dqm3}^s(\theta_r) + \frac{2}{3}\pi \right)}{3}. \quad (5.24)$$

$\angle \mathbf{v}_{dqmx}^s(\theta_r)$ 에서 아래 첨자 x는 섹터 번호를 의미한다. $\angle \mathbf{v}_{dqm_avg}^s$ 는 오프라인(Offline)으로 계산되어서 절대각 추정에 사용된다. $\angle \mathbf{v}_{dqm}^s$ 와 $\angle \mathbf{v}_{dqm_avg}^s$ 의 차이를 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\Delta \angle \mathbf{v}_{dqm}^s(\theta_r) \triangleq \angle \mathbf{v}_{dqm}^s - \angle \mathbf{v}_{dqm_avg}^s(\theta_r). \quad (5.25)$$

그림 5-19는 회전자 위치에 따른 $\Delta \angle \mathbf{v}_{dqm}^s$ 를 나타낸다. 회전자의 위치가

섹터 1에 있으면 $-60^\circ < \Delta \angle \mathbf{v}_{dqm}^s(\theta_r) < 60^\circ$ 가 성립하고, 섹터 2에 있으면 $60^\circ < \Delta \angle \mathbf{v}_{dqm}^s(\theta_r) < 180^\circ$ 가 성립하며, 섹터 3에 있으면 $-180^\circ < \Delta \angle \mathbf{v}_{dqm}^s(\theta_r) < -60^\circ$ 가 성립하게 된다. 이러한 특성을 이용하여서 다음과 같이 \hat{N}_{rev} 를 추정할 수 있다.

$$\hat{N}_{rev} = \text{round} \left(\frac{\text{BOUND_PI}(\Delta \angle \mathbf{v}_{dqm}^s(\hat{\theta}_r))}{\frac{2}{3}\pi} \right). \quad (5.26)$$

여기서 BOUND_PI(*)는 각도 변수 *를 -180° 와 180° 사이로 제한한 것을 의미한다. 추정된 \hat{N}_{rev} 를 식 (5.12)에 대입하면 회전자 절대 위치를 추정할 수 있다.

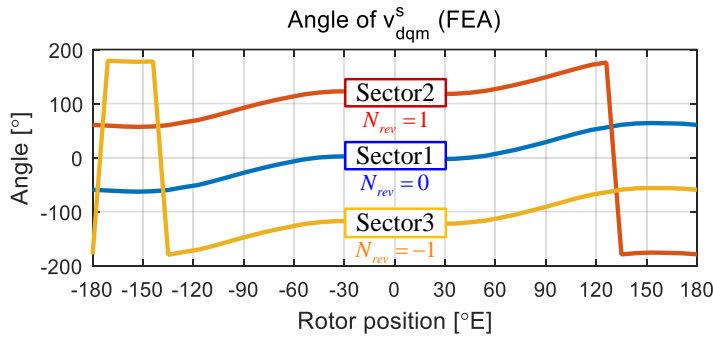


그림 5-18. 전기각의 회전자 위치에 따른 $\angle \mathbf{v}_{dqm}^s$

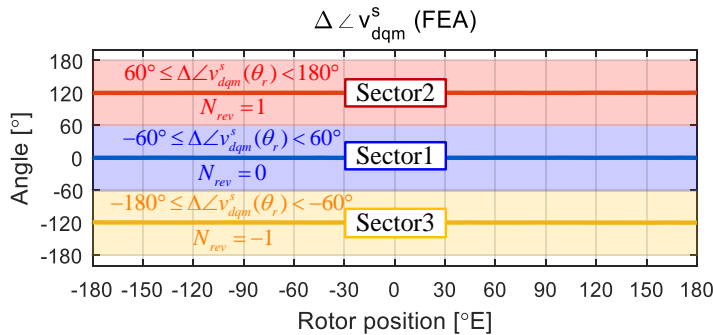


그림 5-19. 전기각의 회전자 위치에 따른 $\Delta \angle \mathbf{v}_{dqm}^s$

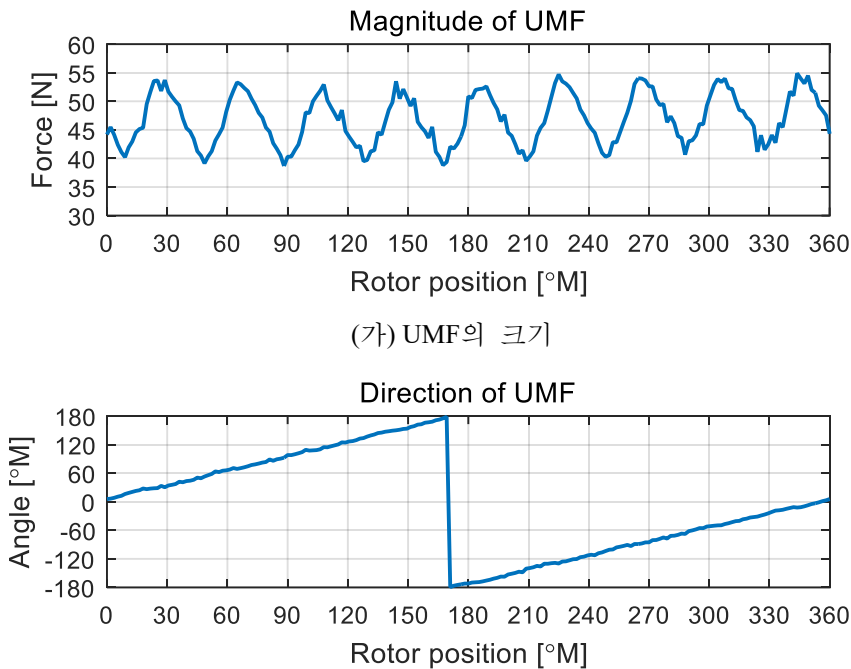
5.3.5 제안된 전동기의 기본 특성

측정 코일형 전동기는 비대칭 회전자 구조를 가지고 있기 때문에 기본 특성의 변화가 생길 수 있다. 이러한 기본 특성의 변화를 알아보기 위하여 FEA를 통해 템플릿 전동기와 제안된 두 전동기의 기존 특성을

비교해보았다.

그림 5-20는 UMF 특성을 나타낸다. 세이빙 타입 및 홀 타입 전동기에서 UMF가 특정 방향으로 치우친 것과 달리, 측정 코일형 전동기에서는 UMF가 회전자에 동기되어서 회전하는 것을 볼 수 있다.

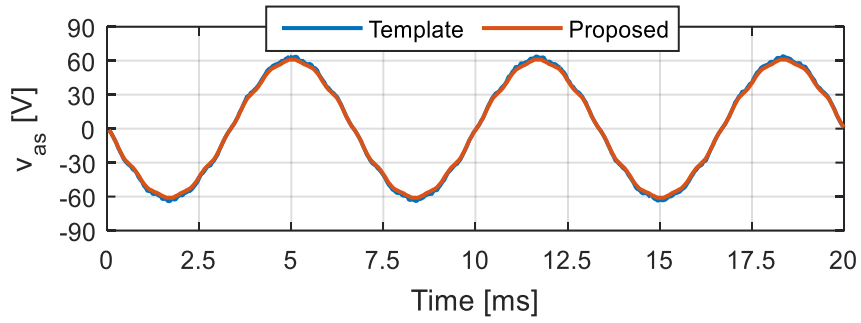
그림 5-21과 그림 5-22은 각각 역기전력과 토크 특성을 나타낸다. 템플릿 전동기와 비교해서 측정 코일형 전동기 역기전력의 기본파와 토크 평균값이 3% 이내로 감소하였다. 세이빙 타입 및 홀 타입 전동기에서는 저차 고조파가 조금 늘어났지만 측정 코일형 전동기는 이러한 현상이 최소화되었다.



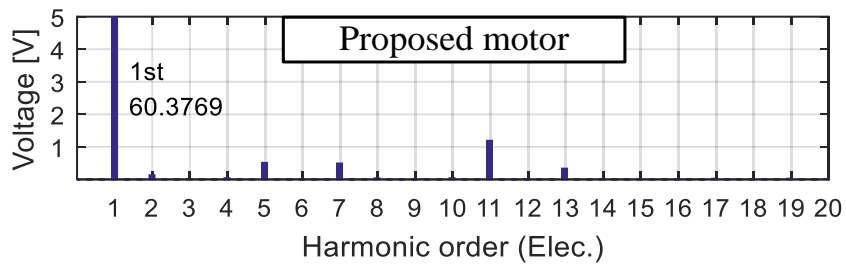
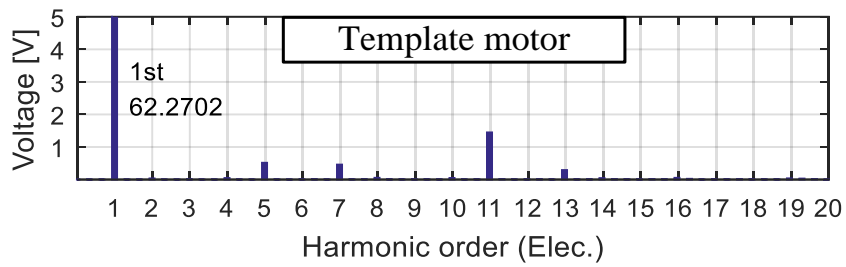
(가) UMF의 크기

(나) UMF의 방향

그림 5-20. UMF 특성

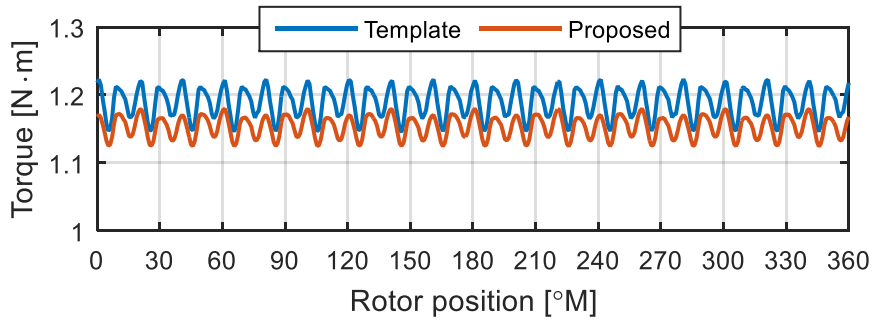


(가) 역기전력 파형

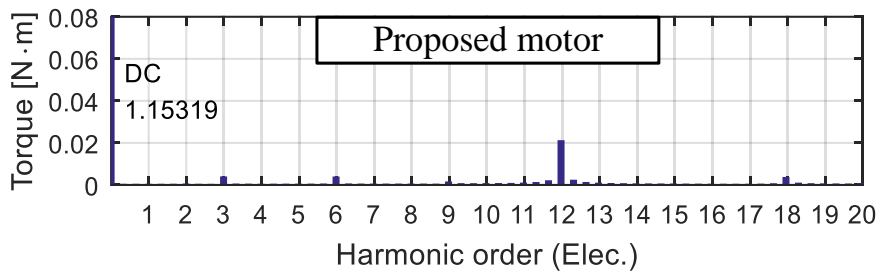
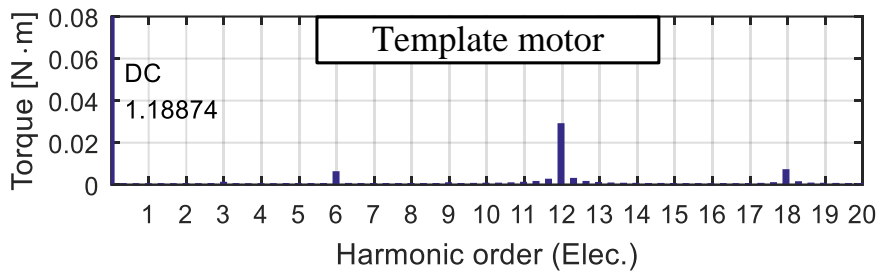


(나) 역기전력의 고조파 스펙트럼

그림 5-21. 역기전력 특성



(가) 토크 파형



(나) 토크의 고조파 스펙트럼

그림 5-22. 토크 특성

제 6장 실험 결과

6.1 실험 환경

제안된 방법을 검증하기 위하여 KOMOTEK 사에 의뢰하여 그림 2-1의 시험용 전동기를 제작하였다. 그림 6-1은 제작된 전동기의 단면을 나타낸다. 그림 6-2는 시험용 전동기의 고정자를 나타낸다. 9 슬롯과 12 슬롯의 고정자에는 각각 18개와 24개의 코일단이 있다. 일반적으로는 전동기 내부에서 여러 코일이 상 권선으로 연결되며, 전동기의 외부에서는 상 단자와 중성점 단자만 보이게 된다. 이 경우 전동기 단자에서는 직렬/병렬 연결된 코일에서의 작용이 합쳐진 상의 효과가 보이며 각 코일의 개별적인 효과는 볼 수 없다. 하지만 본 논문에서는 코일 단위의 인덕턴스를 분석하기 때문에 각 코일의 전압/전류를 측정하기 위하여 전동기의 외부 단자로 모든 코일단이 나오게 하였다. 이를 위해 사용된 전동기 단자용 커넥터는 26핀을 가지는 MS 28-12이다.

그림 6-3은 시험용 전동기 단자에 연결되는 외부 커넥터를 나타낸다. 그림 6-3(가)의 커넥터는 그림 6-2에서 나오는 전동기의 코일단을 그대로 밖으로 연결해준다. 이 커넥터는 각 코일의 전압/전류를 측정할 때 사용된다. 그림 6-3(나)-(다)는 각각 8P9S와 8P12S 전동기에 연결되어 그림 2-1에 나온 방식으로 코일을 직렬 연결 및 Y결선 하여 3상 권선을 만들어주는 커넥터이다. 이 커넥터를 연결하면 전동기의 3상 단자와 중성점이 외부에서 보이게 된다. 이 커넥터는 전동기의 상 인덕턴스 측정 및 실제 인버터를 이용한 전동기 구동 시 사용하게 된다.

그림 6-4는 실험 세트 구성을 나타낸다. 그림 6-4(가)는 Texas Instrument사의 DSP인 TMS320F28377을 기반으로 한 제어 보드를 나타낸다. 그림 6-4(나)는 Mitsubishi사의 IGBT인 PS21A79을 사용하여 제작한 인버터이며, 600V 25A의 정격을 가지고 있다. 그림 6-4(다)는 전동기-발전기 세트(Motor-Generator set: M-G set)을 나타낸다. M-G set에서는 8P9S와 8P12S의 두 시험용 전동기가 회전 축을 공유하고 있다.

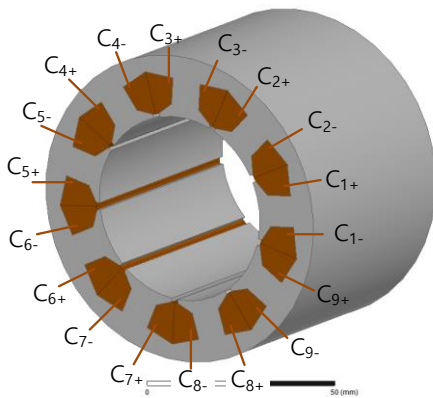


(가) 회전자

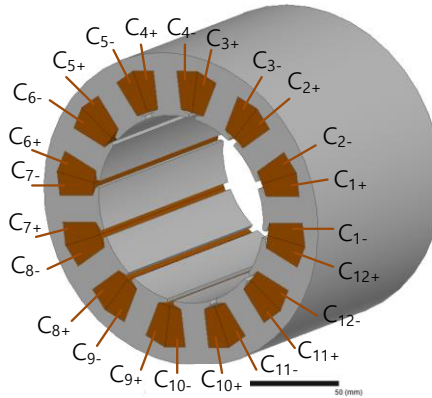


(나) 12 슬롯 고정자

그림 6-1. 제작된 전동기 단면



(가) 9 슬롯 고정자

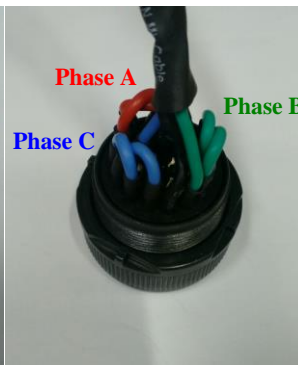


(나) 12 슬롯 고정자

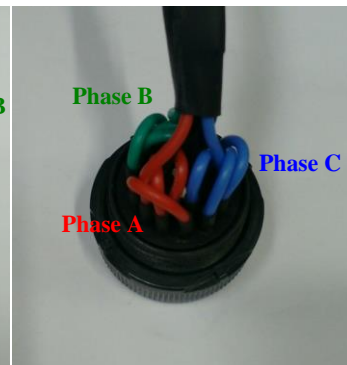
그림 6-2. 시험용 전동기의 고정자 구조



(가) 코일 측정용

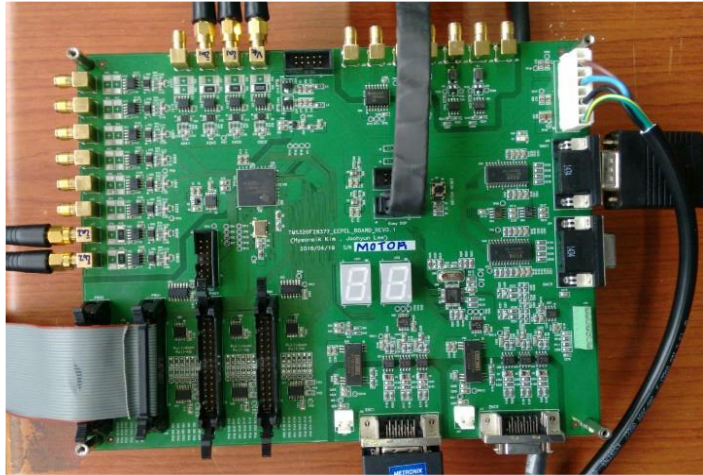


(나) 8P9S 권선용



(다) 8P12S 권선용

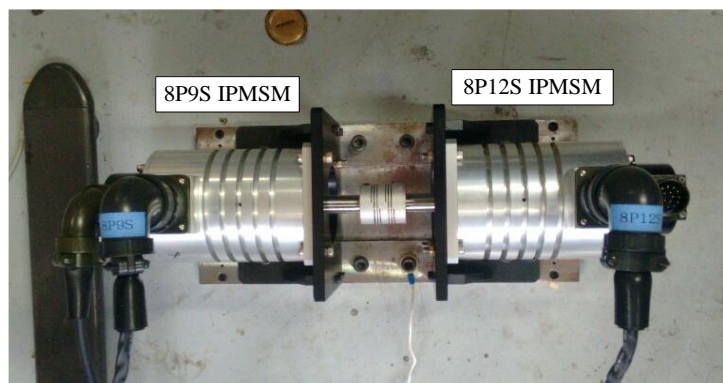
그림 6-3. 시험용 전동기에 연결되는 외부 커넥터



(가) 제어 보드



(나) 인버터

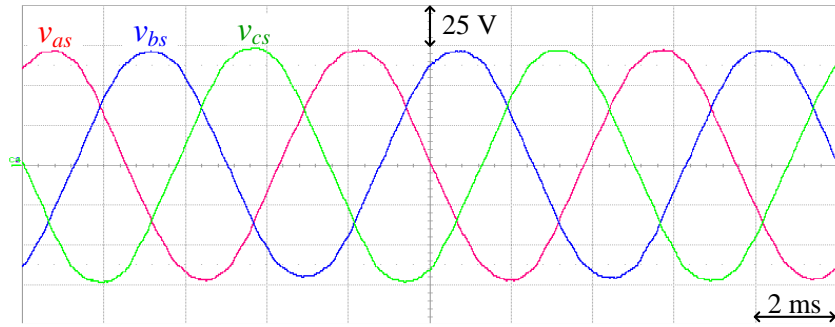


(다) 전동기-발전기 세트

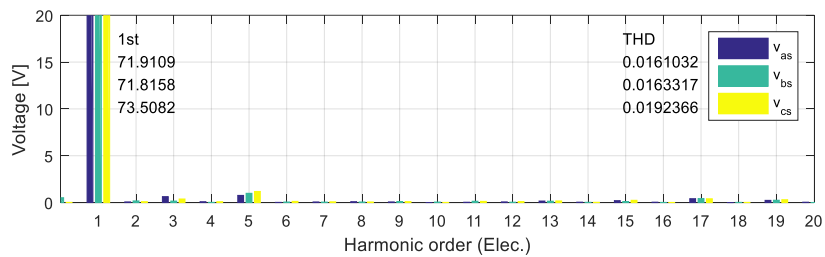
그림 6-4. 실험 세트 구성

6.2 역기전력 측정

그림 6-5-그림 6-6은 시험용 전동기의 역기전력 측정 결과를 나타낸다. 부록 B.2에서 다루었듯이 8P12S 전동기와 비교하면 8P9S 전동기는 기본파의 권선 계수가 크지만 5, 7차에 해당하는 권선 계수가 작기 때문에 역기전력의 기본파가 더 크고 고조파 크기가 더 작다. 실험으로 구한 역기전력을 그림 2-9의 FEA 결과와 비교해보면, 8P9S 전동기의 경우 기본파가 약 2.173% 감소하였고 8P12S 전동기의 경우 약 4.077% 감소하였다. 이러한 오차의 원인은 영구자석의 제작 공차, 제조 과정에서의 감자, 축방향으로의 누설 자속 등이 있다.

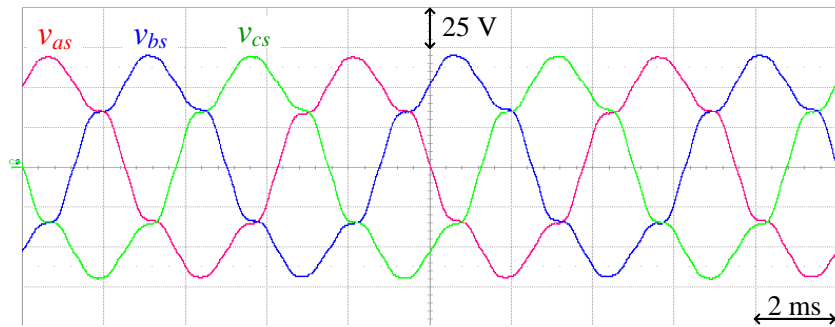


(가) 역기전력 파형

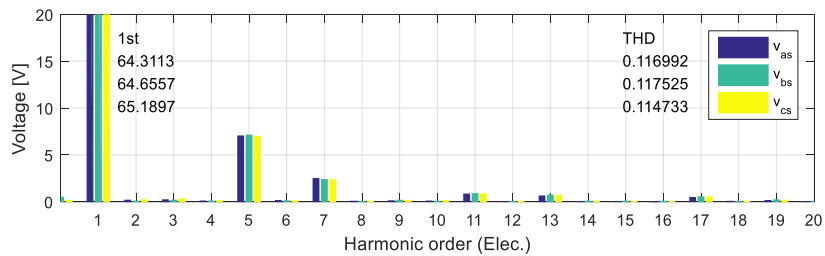


(나) 고조파 스펙트럼

그림 6-5. 8P9S 전동기의 역기전력 특성



(가) 역기전력 파형



(나) 고조파 스펙트럼

그림 6-6. 8P12S 전동기의 역기전력 특성

6.3 인덕턴스 측정

6.3.1 코일 인덕턴스

코일의 인덕턴스를 측정하기 위하여 시험용 전동기에 그림 6-3(가)의 커넥터를 연결한 후 외부로 나온 C_1 코일에 함수 발생기(Function generator)로부터 1kHz의 정현파 전압을 인가하였다. C_1 을 제외한 나머지 코일은 개방(Open)시켰다. 이 조건에서 C_1 코일에서 흐르는 전류 및 전압과 나머지 코일에 유겨된 전압을 제어 보드의 ADC를 통하여 측정하였다. 그림 6-7은 이 조건에서 C_1 코일의 전압 및 전류 파형과 인접한 C_2 코일의 전압 파형을 나타낸다. 그림 상의 i_{C1_DA} 는 제어 보드에서 ADC로 읽어들이 i_{C1} 을 다시 아날로그-디지털 변환기(Digital-to-Analog Converter: DAC)로 출력한 것이다. 이렇게 제어 보드에서 읽어들이 코일의 전압과 전류를 이용하여서 인덕턴스를 계산할 수 있다. 부하기로 시험용 전동기의 위치를 제어하여서 위치에 따른 인덕턴스를 얻을 수 있다.

그림 6-8과 그림 6-9는 측정한 시험용 전동기의 코일 인덕턴스를 나타낸다. 우선 두 전동기에서 모두 C_1 코일과 인접한 코일의 상호 인덕턴스는 크지만 비인접 코일간과의 상호 인덕턴스는 매우 작은 것을 통하여 4.1절에서 다룬 극편 부유 효과가 실제로 발생하는 것을 알 수 있다. 실험 결과로 얻은 두 전동기의 인덕턴스는 FEA 결과인 그림 4-42-그림 4-43에 비하여 전체적인 크기가 약 25% 감소하였고 고조파 분포도 FEA 결과와 다소 바뀌었다.

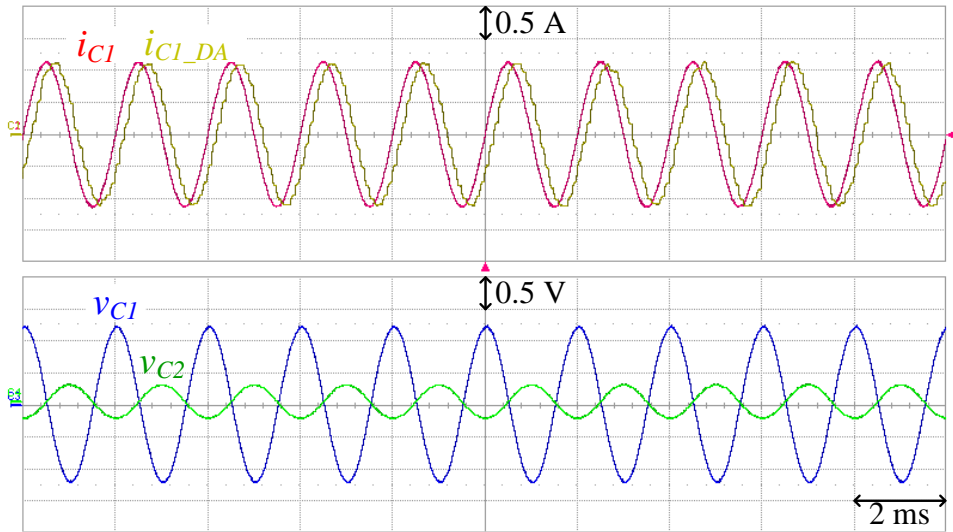
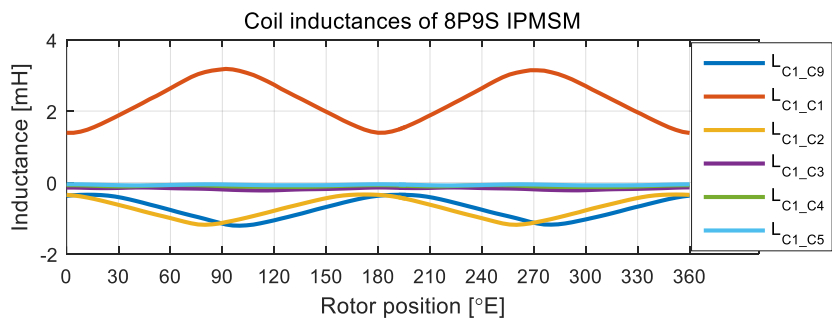
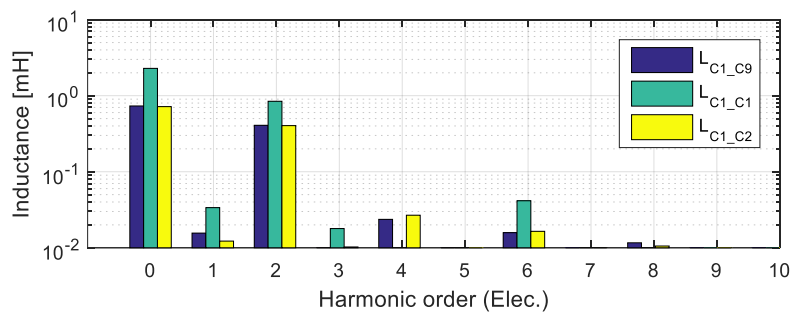


그림 6-7. 8P9S 시험용 전동기의 코일 전압 및 전류 파형

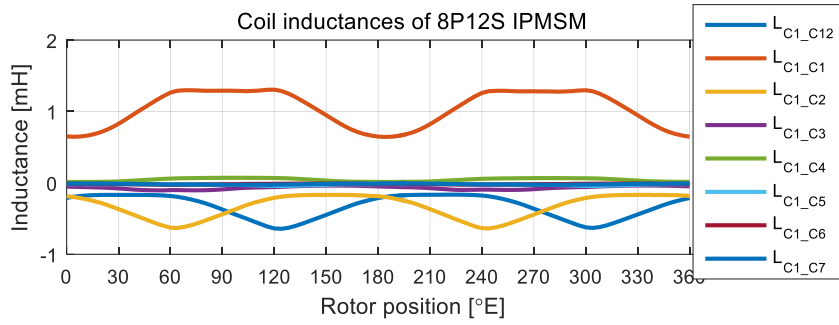


(가) 코일 인덕턴스

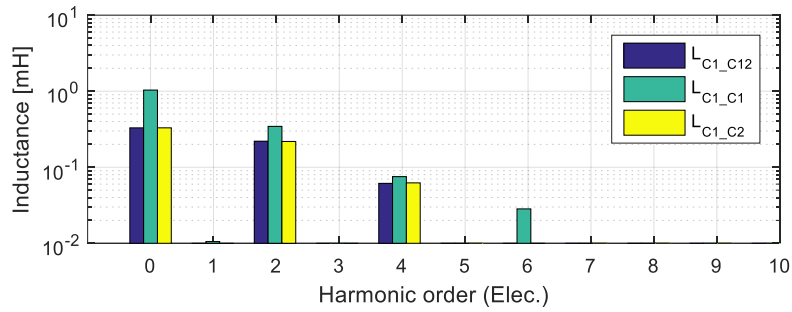


(나) 코일 인덕턴스의 고조파 스펙트럼

그림 6-8. 8P9S 시험용 전동기의 코일 인덕턴스 측정 결과



(가) 코일 인덕턴스



(나) 코일 인덕턴스의 고조파 스펙트럼

그림 6-9. 8P12S 시험용 전동기의 코일 인덕턴스 측정 결과

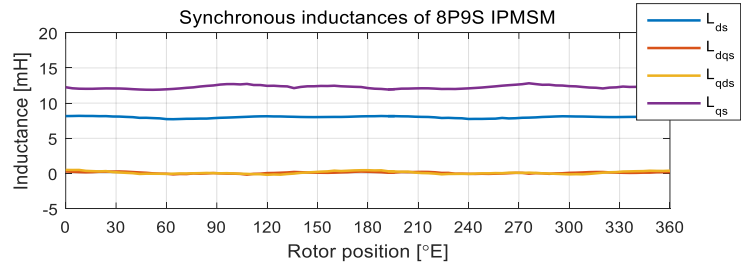
6.3.2 동기 인덕턴스

동기 인덕턴스는 인버터를 통한 전동기 구동 상황에서 고주파 전압 주입에 따른 전류 맥동을 통하여 얻을 수 있다. 고주파 전압 주입에 따라 발생하는 전류의 맥동 성분은 다음과 같이 표현된다.

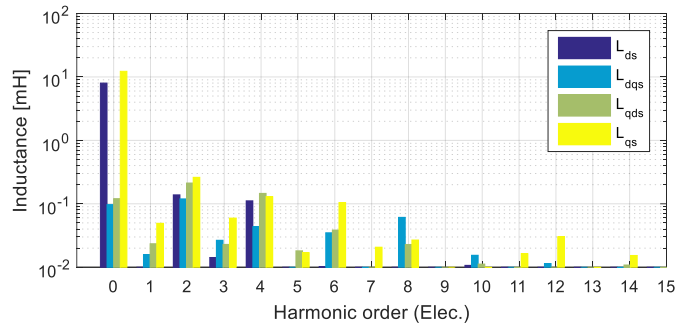
$$\begin{bmatrix} \Delta i_{dsh}^r[n] \\ \Delta i_{qsh}^r[n] \end{bmatrix} = \frac{T_{samp}}{\det(\mathbf{L}_{dqs}^r)} \begin{bmatrix} L_{qs} & -L_{dqs} \\ -L_{qds} & L_{ds} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{dsh}^r[n-2] \\ v_{qsh}^r[n-2] \end{bmatrix}. \quad (6.1)$$

이 식을 바탕으로 d축 전압 주입에 따른 d/q축 전류 맥동과 q축 전압 주입에 따른 d/q축 전류 맥동을 회전자 위치에 따라 측정하면 인덕턴스를 역으로 계산할 수 있다.

그림 6-10과 그림 6-11은 시험용 전동기의 동기 인덕턴스 측정 결과를 나타낸다. FEA 결과인 그림 4-50과 그림 4-51과 비교하면 측정된 동기 인덕턴스의 크기는 잘 맞지 않지만 8P9S 전동기의 동기 인덕턴스는 회전자 위치에 따라서 크게 변하지 않으며 8P12S 전동기의 동기 인덕턴스에서는 6고조파가 확연히 큰 경향은 확인할 수 있다.

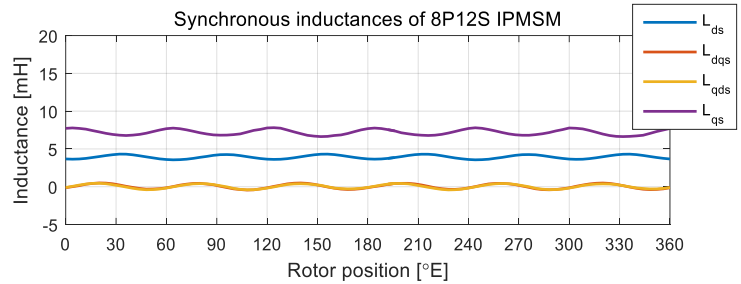


(가) 동기 인덕턴스

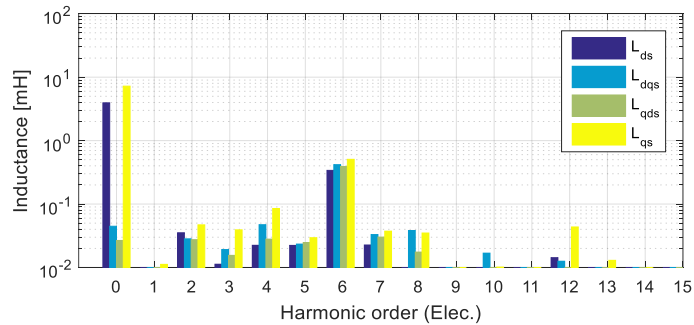


(나) 고조파 스펙트럼

그림 6-10. 8P9S 시험용 전동기의 동기 인덕턴스 측정 결과



(가) 동기 인덕턴스



(나) 고조파 스펙트럼

그림 6-11. 8P12S 시험용 전동기의 동기 인덕턴스 측정 결과

6.4 절대각 센서리스 제어

6.4.1 비대칭 회전자와 비대칭 권선을 가지는 절대각 센서리스 전동기

그림 6-12는 실험에 사용된 전동기-발전기 세트를 나타낸다. 부하기로는 1kW의 SPMSM이 사용되었고 제안된 전동기(Proposed motor) 자리에는 셰이빙 타입과 홀 타입 전동기를 설치하여 실험하였다.

그림 6-13은 초기의 회전자 절대 위치를 추정하는 것을 나타낸다. 기본 전기각 추정을 위한 센서리스 방법은 우수한 동특성을 가지는 구형파 주입(Square-wave injection) 센서리스 방법[66]을 사용하였다. 그림 6-13(가)는 홀 타입 전동기에 대해서 회전자의 초기 위치가 섹터 2에 해당되는 -135°M 인 경우에 대한 파형을 나타낸다. 기본 센서리스 기동 직후에는 회전자의 전기각 위치만 알고 있는 상태에서 \hat{N}_{rev} 는 초기값인 0으로 가정하지 때문에 회전자의 절대 위치를 -15°M 으로 잘못 알고 있는 상태이다. 2회의 정렬과 전류 맥동 측정 후에 ΔI_h 를 I_{thU} 및 I_{thL} 와 비교하면 섹터 번호와 \hat{N}_{rev} 를 알게 된다. ΔI_h 의 측정에서는 노이즈(Noise)의 영향을 최소화하기 한 위치당 위해 2000개의 샘플을 100ms동안 추출하여 평균값을 사용하였다. 이렇게 계산한 \hat{N}_{rev} 의 값은 초기에 가정한 값과 다르기 때문에 $\hat{\theta}_m$ 에 120°M 를 빼면 회전자의 절대 위치를 정확히 추정하게 된다. 추정 후에는 $\hat{\theta}_m$ 을 0°M 으로 정렬하였다. 이와 같은 방식으로 다른 회전자 위치와 부하에 대해서도 회전자 초기 절대 위치를 추정하는 과정을 그림 6-13(나)-(라)에 도시하였다.

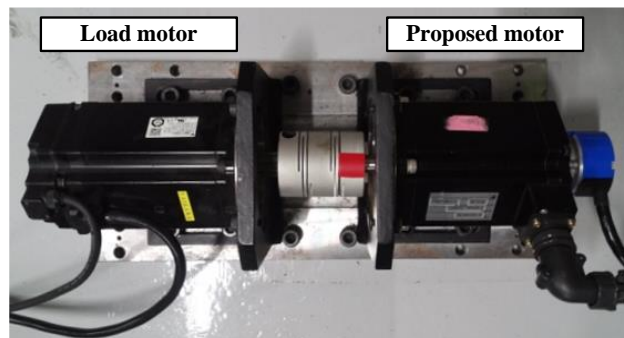
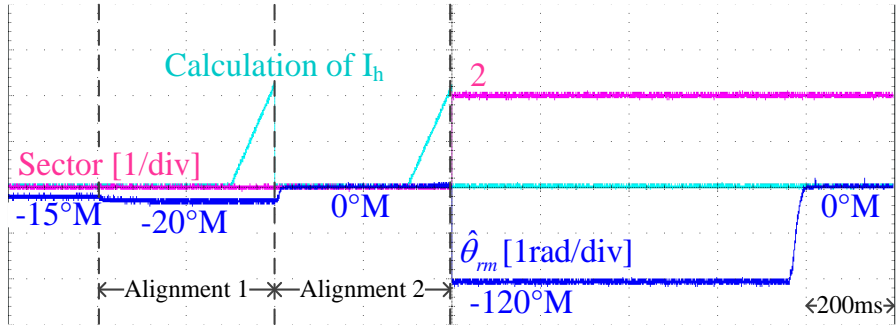
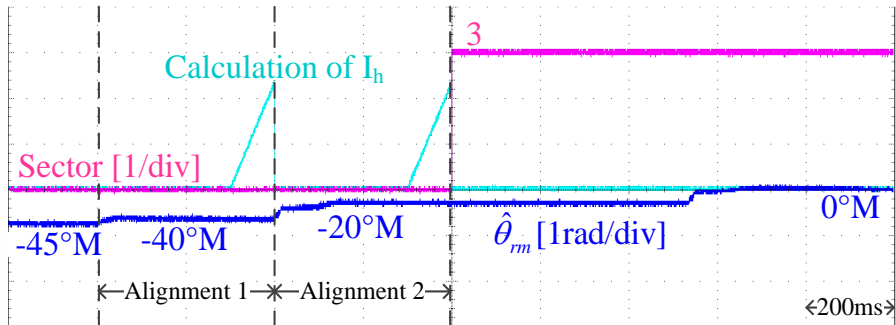


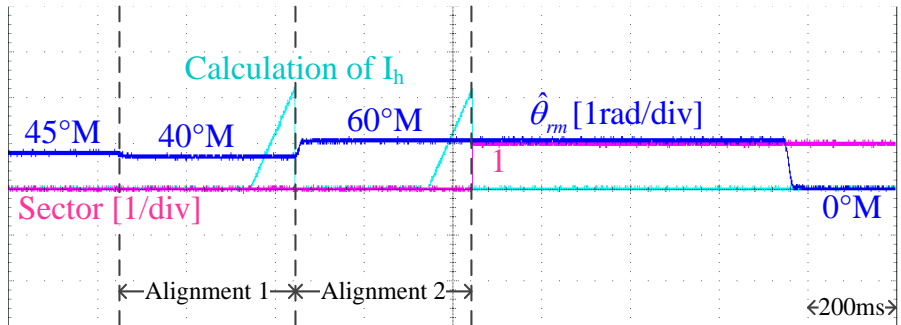
그림 6-12. 전동기-발전기 세트



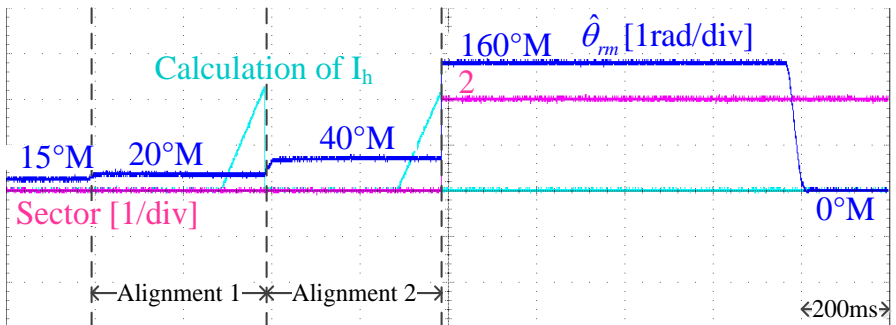
(가) 홀 타입 전동기(초기 위치: -135°M , 무부하)



(나) 홀 타입 전동기(초기 위치: -45°M , 전부하)



(다) 셰이빙 타입 전동기(초기 위치: 45°M , 무부하)

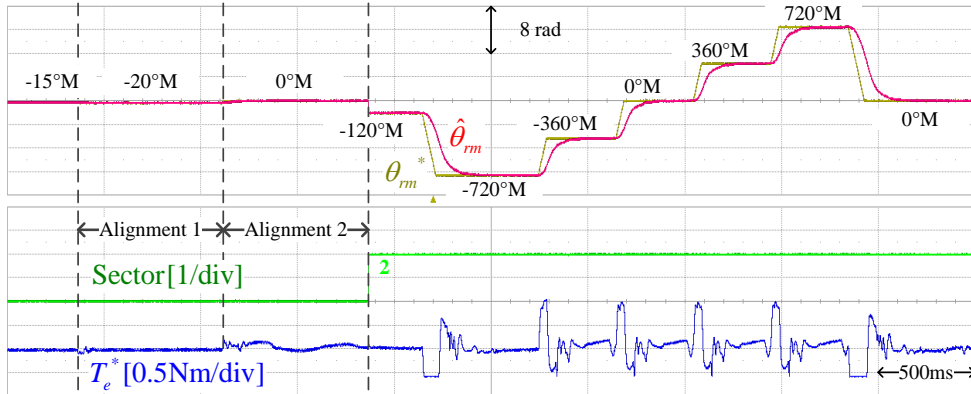


(라) 셰이빙 타입 전동기(초기 위치: 135°M , 전부하)

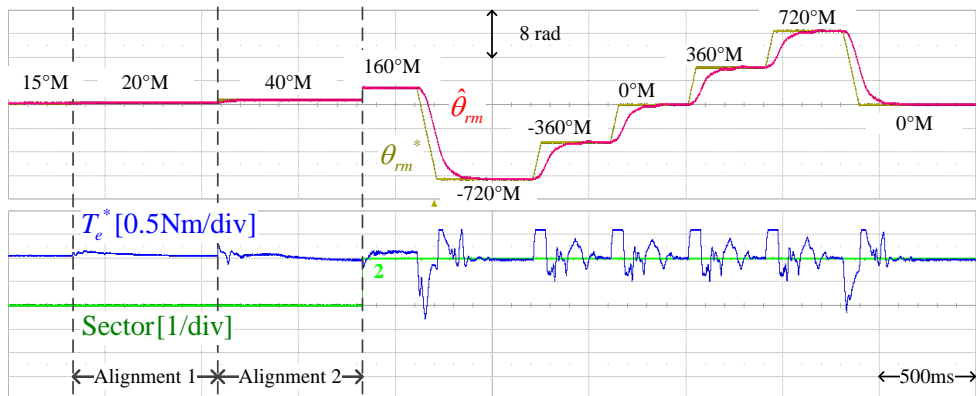
그림 6-13. 초기의 회전자 절대 위치 추정

그림 6-14는 홀 타입 전동기에 대해서 초기의 회전자 절대 위치 추정

후 곧바로 위치 제어를 하는 것을 보여준다. 빠르게 변하는 위치 지령에 대하여 회전자 위치가 200ms 안에 빠르게 제어되는 것을 볼 수 있다.



(가) 초기 위치: -135°M , 부하: -90%



(나) 초기 위치: 135°M , 부하: $+90\%$

그림 6-14. 회전자 초기 위치 추정 후 및 제어(홀 타입 전동기)

6.4.2 비대칭 회전자와 측정 코일을 가지는 절대각 센서리스 전동기

그림 6-15는 실험에 사용된 전동기-발전기 세트를 나타낸다. 부하기로는 그림 6-12에서와 같은 1kW의 SPMSM이 사용되었다. 대상 전동기인 측정 코일형 전동기는 주 권선 외에 측정 코일 권선에 따른 케이블(Cable)이 밖으로 나와 있다. 측정 코일의 단자는 전압 측정을 위해 제어 보드의 ADC인 ADS8556으로 곧바로 연결된다.

그림 6-16는 신호 주입 중 주 권선의 A상 전압(v_{as})과 측정 권선의 상전압을 나타낸다. 측정 권선의 전압 측정을 위해 DPWM이 사용되었다. 이 그림의 파형은 그림 5-17(나)에서의 파형과 잘 대응된다. 측정 코일 전압의 진동(Oscillation)은 측정 권선에서의 기생 캐패시턴스와 스트레이 인덕턴스에 의한 LC 공진에 의한 것이다. 전압 샘플 시에 측정 권선 전압이 정상상태가 되게 하기 위해 주입 전압의 크기를 충분히 크게 하여서 v_{as} 의 펄스 폭을 두껍게 만들었다.

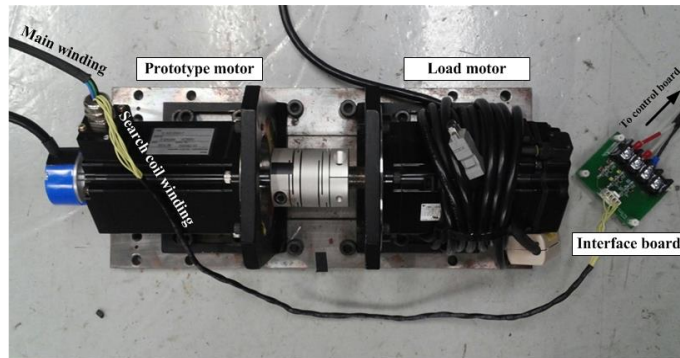


그림 6-15. 전동기-발전기 세트

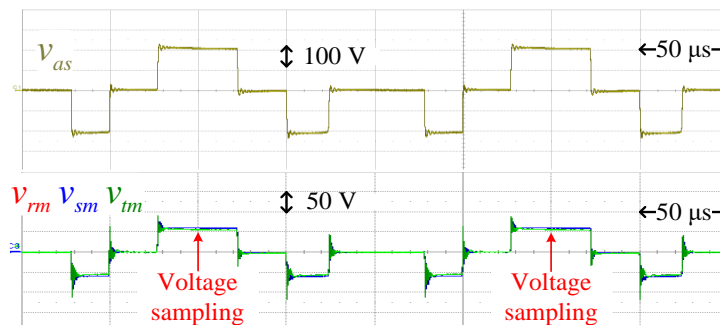


그림 6-16. 주 권선의 입력 전압과 측정 코일의 전압

그림 6-17은 실험적으로 구한 \mathbf{v}_{dqm}^s 의 궤적과 위상을 나타낸다. 그림 5-15(가)의 FEA 결과와 비교하면 그림 6-17의 궤적은 다소 왜곡되어 있다. 이러한 왜곡의 원인으로는 회전자의 표면의 절삭 가공에서의 공차와 전압 측정의 오차 등이 있다. 하지만 그림 6-19를 보면 알 수 있듯이 $\Delta\angle\mathbf{v}_{dqm}^s$ 는 매우 작은 오차를 가지고 있으므로 제안된 절대 위치 추정 방법은 적용 가능하다.

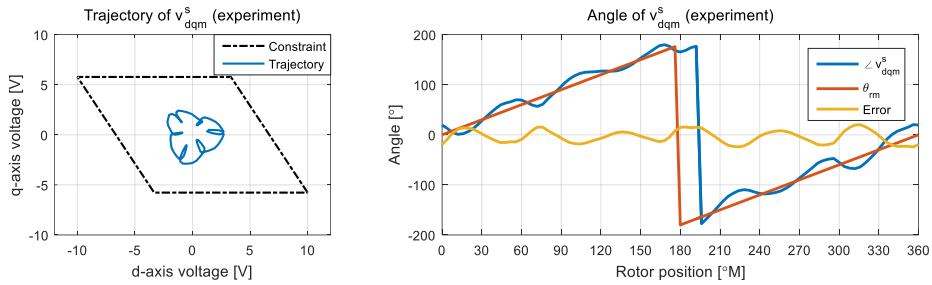


그림 6-17. 실험으로 구한 \mathbf{v}_{dqm}^s 의 궤적 및 위상

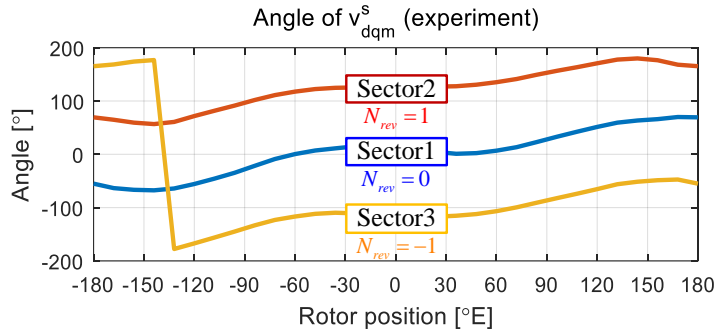


그림 6-18. 전기각의 회전자 위치에 따른 $\angle\mathbf{v}_{dqm}^s$

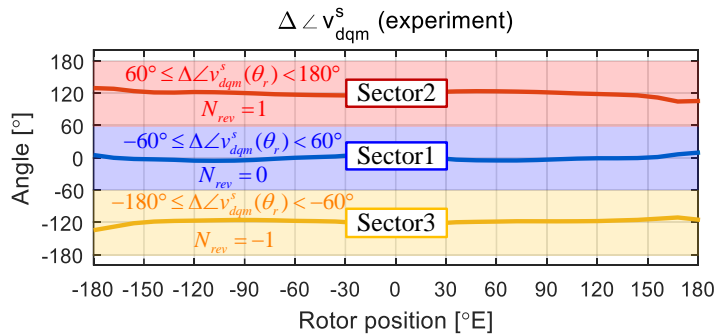
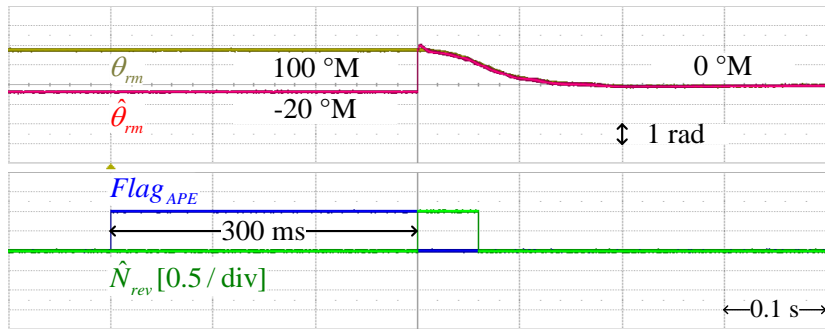
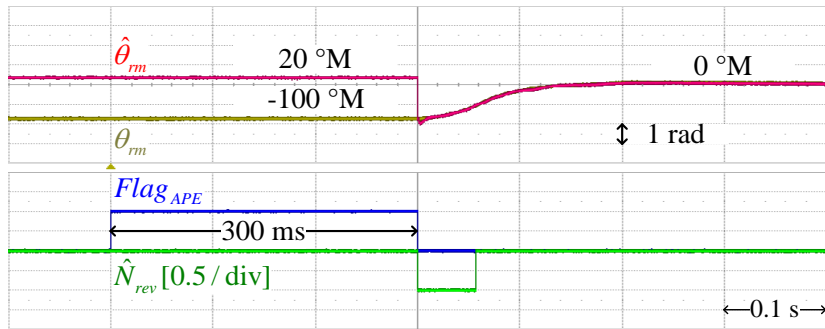


그림 6-19. 전기각의 회전자 위치에 따른 $\Delta\angle\mathbf{v}_{dqm}^s$

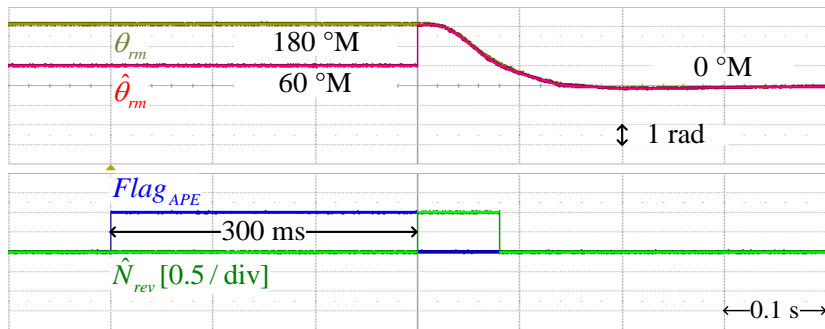
그림 6-20은 여러 초기 위치에서 회전자 절대 위치 추정을 보여준다. 기본 센서리스 기동 직후에는 \hat{N}_{rev} 를 영으로 가정하여서 초기 절대 위치를 잘못 알게 된다. v_{rt} 와 v_{st} 의 측정 시에는 노이즈를 최소화하기 위하여 여러 샘플의 평균값을 사용하였다. v_{rt} 와 v_{st} 의 측정 후에는 식 (5.26)에 따라 \hat{N}_{rev} 가 계산되며 이를 식 (5.12)에 대입하면 회전자 절대 위치를 추정할 수 있다. 추정 후에는 $\hat{\theta}_{rm}$ 를 0°M으로 이동시켰다.



(가) 초기 위치: 100°M



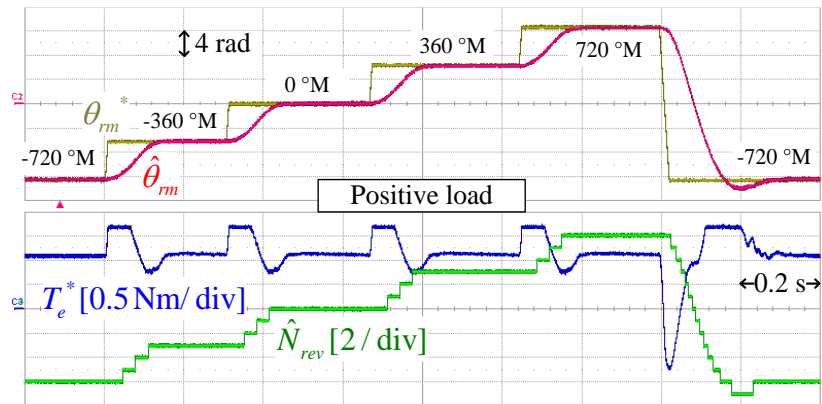
(나) 초기 위치: 180°M



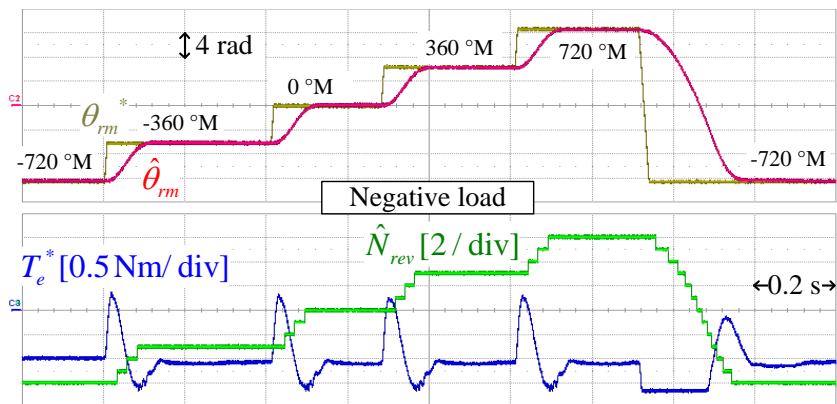
(다) 초기 위치: -100°M

그림 6-20. 회전자의 초기 절대각 추정

그림 6-21은 회전자의 초기 위치 추정 후 위치 제어 파형을 나타낸다. 부하 토크는 정격 값을 양과 음으로 인가하였고 전류 제한은 정격의 1.5배까지 허용하였다. 스텝으로 변하는 위치 지령에 대하여 회전자의 절대 위치가 빠르게 제어되는 것을 확인할 수 있다.



(가) 양의 부하 조건



(나) 음의 부하 조건

그림 6-21. 회전자의 절대 위치의 제어

제 7장 결론

본 논문의 주 연구 내용은 다음과 같다.

- 기존의 연구에서 모델링한 IPMSM의 회전자에 의한 공극 자계 분포가 실제 분포와 잘 맞지 않는다는 것을 발견하고 “극편 부유효효과”를 정의하여서 실제 공극 자계 분포를 설명하였다. 기존의 연구에서는 퍼미언스 함수를 간단한 일변수 함수로 두고 공극에서의 퍼미언스 함수의 분포가 회전자 위치에 동기된 것으로 모델링하였다. 하지만 FEA를 통하여 실제 IPMSM의 퍼미언스 함수는 회전자 위치에 동기된 분포를 가지지 않으며 복잡한 다변수 함수의 형태인 것을 발견하였다. 이러한 오차의 원인은 기존의 연구에서는 회전자를 하나의 일체형 철심(Uni-body core)으로 가정하였지만, 실제 IPMSM 회전자의 극편(Pole piece)은 자기적으로 회전자 내부와 떨어져서 부유(Float)하는 것처럼 보이기 때문이다. 이로 인하여 공극 자계 분포는 여자된 코일의 근처에서만 자기장이 크게 형성되는 형태가 된다. 본 논문에서는 이러한 IPMSM의 특징적인 현상을 “극편 부유효효과”로 명명하여 설명하였다.
- 본 논문에서는 FSCW IPMSM의 인덕턴스의 수식화 방법을 제안하였다. 기존의 IPMSM 모델에서는 전기각 한 주기에 대한 공극 자계 분포를 통하여 상 인덕턴스를 계산하고 이를 전동기의 기계각 한 주기 전체에 적용하였다면, 제안된 방법에서는 우선 기계각 한 주기의 공극 자계 분포를 통해 단일 코일의 인덕턴스를 수식화하였다. 그리고 비대칭적인 FSCW의 권선에서의 상 코일 배치를 고려하여 코일 인덕턴스를 상 및 동기 인덕턴스로 변환하여 수식화를 완성하였다.

코일 인덕턴스의 계산에는 전류도체법이 활용되었다. 참고 문헌 [15]-[16]에서는 완전히 해석적인 형태로 공극 자계 분포를 계산한 반면, 본 논문에서 제안된 방법은 FEA로 얻은 단일 도체에 의한 공극 자계 분포의 2차원 푸리에 변환을 통해 표현된

코일 인덕턴스의 일반적인 수식을 유도하였다. 제안된 코일 인덕턴스 계산 방법은 임의의 회전자 구조에 대하여 적용이 가능하며, 특히 극편 부유 효과로 인하여 자계 분포 분석이 까다로운 IPMSM의 인덕턴스를 수식화하는 데에 매우 효과적이다. 또한 제안된 방법은 푸리에 변환에 기반하기 때문에 공극 자계 분포의 고조파 성분이 코일 인덕턴스의 dc 성분과 고조파 성분에 어떻게 기여하는지 쉽게 알 수 있다는 장점이 있다.

이렇게 수식화된 코일 인덕턴스를 상 인덕턴스로 변환하기 위하여 본 논문에서는 극/조합에 따른 권선법을 의미하는 권선 변환 행렬을 도입하였다. 권선법에 따른 권선 변환 행렬을 이용하면 FSCW의 여러가지 다양한 극/슬롯 조합에 대하여 일반화된 상 인덕턴스의 형태를 얻을 수 있다. 이 과정에서 전동기의 권선 방법에 따른 변환된 상 인덕턴스의 기본파 및 고조파 특성을 지표화하기 위하여 전동기의 권선 방법에 따른 인덕턴스에서의 분포 계수를 정의하였다. 동기 인덕턴스는 기존의 방법대로 상 인덕턴스를 변환하여 얻을 수 있다. 이러한 변환을 통해 FCSW의 권선 방법에 따라 코일 인덕턴스의 dc 및 고조파 성분이 동기 인덕턴스의 dc 및 고조파 성분에 기여하는 정도를 수식으로 표현할 수 있다. 그리고 최종적으로는 공극 자계 분포의 각 공간 고조파 성분이 동기 인덕턴스의 dc 및 고조파 성분에 어떻게 기여하는지 수식으로 표현할 수 있다. 본 논문에서는 8P9S, 8P12S, 10P9S, 10P12S IPMSM에 대한 상 및 동기 인덕턴스 수식을 유도하였으며, 이 외의 극/슬롯 조합에 대해서도 제안된 방법을 사용하면 인덕턴스를 수식으로 표현할 수 있다.

- 제안된 방법을 확장하여서 절대각 센서리스 구동을 위한 전동기를 모델링하여 전동기 설계 최적화에 활용하였다. 절대각 센서리스를 위해서 회전자의 기계각 기준으로 변화하는 인덕턴스 성분이 필요하다. 이를 구현하기 위하여 비대칭의 회전자와

비대칭의 권선을 가지는 전동기를 제안하였다. 제안된 전동기의 모델링을 위하여 극편 부유 효과를 고려하여 기계각에 따른 고조파를 가지는 코일 인덕턴스를 간략한 형태로 수식화 하였다. 그리고 이 코일 인덕턴스를 앞서 제안한 권선 변환 함수를 이용하여 최종적으로 제안된 전동기의 동기 인덕턴스까지 수식화 하였다. 유도된 인덕턴스 수식은 제안된 절대각 센서리스 전동기의 설계 변수들의 최적화에 활용되었다.

본 논문의 연구를 토대로 향후에 다음과 같은 연구가 진행될 수 있다.

- 본 논문에서는 극편 부유 효과에 의한 IPMSM의 자기적인 특성을 분석하였다. 이에 더 나아가서 다수의 극편과 회전자 요크에 대해 권선 함수 이론을 적용하면 완전히 수식적인 형태로 인덕턴스를 표현할 수 있다. 이를 통해 일반적인 IPMSM의 모델을 완성할 수 있다.
- 제안된 인덕턴스 분석 방법에서 기본 데이터로 사용되는 $F_s(m,n)$ 을 토대로 전동기의 회전자 형상 설계를 최적화할 수 있다. 본 논문에서 유도한 전동기의 극/슬롯 조합에 따른 인덕턴스의 수식을 바탕으로 특정 고조파를 늘리거나 줄이기 위한 $F_s(m,n)$ 의 분포를 선정할 수 있다. 그렇게 선정된 $F_s(m,n)$ 의 IFFT는 공극 위치 및 회전자 위치에 대한 함수이므로, 회전자의 형상이 어떻게 수정되어야 하는지에 대한 정량적인 정보를 포함하게 된다. 이를 활용하면 효율적으로 회전자의 형상을 최적화할 수 있을 것으로 기대된다.
- 분수 슬롯 집중권을 적용하여 절대각 센서리스 전동기를 설계할 수 있다. 본 논문에서 제안된 절대각 센서리스 전동기는 대칭 전동기인 6P9S 전동기를 템플릿으로 하여서 설계되었기 때문에 권선의 비대칭성을 구현하기 위하여 코일의 턴수를 다르게 설정해야 했다. 하지만 8P9S, 10P9S, 10P12S 전동기의 권선은 코일의 턴수를 바꾸지 않아도 권선이 비대칭인 특성이 있다.

이를 고려하여 회전자의 비대칭성이 각 극/슬롯의 조합에서 어떻게 보이는지 분석한 후에 최적의 극/슬롯 조합을 선정하여 절대각 센서리스 전동기의 설계를 최적화할 수 있을 것으로 기대된다.

참고 문헌

- [1] A. M. EL-Refaie, "Fractional-slot concentrated-windings synchronous permanent magnet machines: opportunities and challenges," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 1, pp. 107-121, Jan 2010.
- [2] F. Magnussen and C. Sadarangani, "Winding factors and joule losses of permanent magnet machines with concentrated windings," in *Proc. IEEE IEMDC*, 2003, vol. 1, pp. 333-339.
- [3] A. G. Jack, B. C. Mecrow, P. G. Dickinson, D. Stephenson, J. S. Burdess, N. Fawcett, and J. T. Evans, "Permanent magnet machines with powdered iron cores and pressed windings," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 36, no. 4, pp. 1077-1084, Jul./Aug. 2000.
- [4] H. Akita, Y. Nakahara, N. Miyake, and T. Oikawa, "New core structure and manufacturing method for high efficiency of permanent magnet motors," in *Conf. Rec. IEEE IAS Annu. Meeting*, Salt Lake City, UT, Oct. 2003, vol. 2, pp. 367-372.
- [5] A. M. EL-Refaie and T. M. Jahns, "Optimal flux weakening in surface PM machines using concentrated windings," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 41, no. 3, pp. 790-800, May/Jun. 2005.
- [6] A. M. EL-Refaie, T. M. Jahns, P. J. McCleer, and J. W. McKeever, "Experimental verification of optimal flux weakening in surface PM machines using concentrated windings," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 42, no. 2, pp. 443-453, Mar./Apr. 2006.
- [7] N. Bianchi, M. Dai Pre, G. Grezzani, and S. Bolognani, "Design considerations on fractional-slot fault-tolerant synchronous motors," in *Proc. IEEE IEMDC*, San Antonio, TX, 2005, pp. 902-909.
- [8] N. Bianchi, S. Bolognani, M. Dai Pre, and G. Grezzani, "Design considerations for fractional-slot winding configurations of synchronous machines," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 42, no. 4, pp. 997-1006, Jul./Aug. 2006.
- [9] D. Novotny and T. Lipo, *Vector Control and Dynamics of AC Drives*, Oxford: Clarendon Press, 1996.
- [10] S. K. Sul, *Control of Electric Machine Drive Systems*. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2011.
- [11] 배본호, 돌극성이 큰 영구 자석 교류 전동기의 제어에 관한 연구, 박사 학위 논문, 서울대학교, 2002.
- [12] 장지훈, 영구자석 동기 전동기 센서리스 제어의 운전 영역 확장에 관한 연구, 박사 학위 논문, 서울 대학교, 2006.
- [13] T. Lipo, *Analysis of Synchronous Machine*, CRC Press, 2012.
- [14] P. Krause, O. Wasyk, S. Sudhoff, and S. Pekarek, *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, Wiley-IEEE Press, 2002.
- [15] 임달호, 홍정표, "TLIM 의 권선방법 개선의 관한 연구," 전기학회논문지, vol. 43, no. 6, pp. 885-895, Jun. 1994.
- [16] B. H. Lee, K. S. Kim, S. O Kwon, T. Sun, J. P. Hong, and J. H. Lee, "One-ampere conductor method for tubular linear induction motor for size reduction of primary iron core," *Journal of Magnetism*, vol. 16, no. 1, pp. 46-50, 2011.
- [17] K. Wiedmann, F. Wallrapp, and A. Mertens, "Analysis of inverter nonlinearity effects on sensorless control for permanent magnet machine drives based on high-frequency signal injection," in *Proc. 13th Eur. Conf. Power Electron. Appl. (EPE)*, 2009, pp. 1-10.
- [18] H. Kim, Y. C. Kwon, S. J. Chee, and S. K. Sul, "Analysis and compensation of inverter nonlinearity for three-level T-type inverters," *IEEE Trans. Power Electron.*, to be published.
- [19] D. Kim, Y. C. Kwon, S. K. Sul, J. H. Kim, and R. S. Yu, "Suppression of injection voltage disturbance for high frequency square-wave injection sensorless drive with regulation of induced high frequency current ripple," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 52, no. 1, pp. 302-312, Jan./Feb. 2016.

- [20] Y. C. Kwon and S. K. Sul, "Reduction of injection voltage in signal injection sensorless drives using capacitor-integrated inverter," *IEEE Trans. Power Electron.*, to be published.
- [21] J. R. Hendershort, Jr and T. J. E. Miller, *Design of Brushless Permanent Magnet Machines*, Venice, FL: Motor Design Books, 2010.
- [22] N. Bianchi and T. M. Jahns, "Design, analysis and control of interior PM synchronous machines," in *Proc. IEEE IAS Conf. Rec. Annu. Meeting, Tuts. Course Notes*, Oct. 2004.
- [23] A. R. Tariq, C. E. Nino-Baron, and E. G. Strangas, "Iron and magnet losses and torque calculation of interior permanent magnet synchronous machines using magnetic equivalent circuit," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 12, pp. 4073–4080, Dec. 2010.
- [24] Y. C. Kwon, S. K. Sul, N. A. Baloch, S. Murakami, and S. Morimoto, "Design and control of IPMSM sensorless drive for mechanical rotor position estimation capability," *IEEE J. Emerg. Sel. Topics Power Electron.*, vol. 2, no. 2, pp. 152–158, Jun. 2014.
- [25] Y. C. Kwon, S. K. Sul, N. A. Baloch, S. Murakami, and S. Morimoto, "Improved design of IPMSM for sensorless drive with absolute rotor position estimation capability," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 52, no. 2, pp. 1441–1451, Mar./Apr. 2016.
- [26] Y. C. Kwon, S. K. Sul, N. A. Baloch, S. Morimoto, and M. Ohto, "Design, modeling, and control of an IPMSM with an asymmetric rotor and search coils for absolute position sensorless drive," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 52, no. 5, pp. 3839–3850, Sept./Oct. 2016.
- [27] A. B. Dehkordi, P. Neti, A. M. Gole, and T. L. Maguire, "Development and validation of a comprehensive synchronous machine model for a real-time environment," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 25, no. 1, pp. 34–48, Mar. 2010.
- [28] A. Tassarolo and D. Giulivo, "Analytical methods for the accurate computation of stator leakage inductances in multiphase synchronous machines," in *Proc. Int. Symp. Power Electron., Electr. Drives, Autom. Motion*, Pisa, Italy, Jun. 14–16, 2010, pp. 845–852.
- [29] A. Tassarolo, "Accurate computation of multiphase synchronous machine inductances based on winding function theory," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 27, no. 4, pp. 895–904, Dec. 2012.
- [30] N. Al-Nuaim and H. Toliyat, "A novel method for modeling dynamic air-gap eccentricity in synchronous machines based on modified winding function theory," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 13, no. 2, pp. 156–162, Jun. 1998.
- [31] S. S. Nandi, S. Ahmed, and H. A. Toliyat, "Detection of rotor slot and other eccentricity related harmonics in a three phase induction motor with different rotor cages," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 16, no. 3, pp. 253–260, Sep. 2001.
- [32] J. Faiz and I. Tabatabaei, "Extension of winding function theory for nonuniform air gap in electric machinery," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, no. 6, pp. 3654–3657, Nov. 2002.
- [33] I. Tabatabaei, J. Faiz, H. Lesani, and M. T. Nabavi-Razavi, "Modeling and simulation of a salient-pole synchronous generator with dynamic eccentricity using modified winding function theory," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 3, pp. 1550–1555, May 2004.
- [34] J. P. Johnson, A. V. Rajarathnam, H. A. Toliyat, S. Gopalakrishnan, and B. Fahimi, "Torque optimization for a SRM using winding function theory with a gap-dividing surface," in *Proc. Conf. Rec. IEEE IAS Annu. Meeting*, Oct. 1996, vol. 2, pp. 753–760, pp. 6–10.
- [35] H. A. Toliyat, S. P. Waikar, and T. A. Lipo, "Analysis and simulation of five-phase synchronous reluctance machines including third harmonic of airgap MMF," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 34, pp. 332–339, Mar./Apr. 1998.
- [36] T. Lubin, T. Hamiti, H. Razik, and A. Rezzoug, "Comparison between finite-element analysis and winding function theory for inductances and torque calculation of a synchronous reluctance machine," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 43, no. 8, pp. 3406–3410, Aug. 2007.
- [37] P. Neti and S. Nandi, "Determination of effective air-gap length of synchronous reluctance motors (SynchRel) from experimental data," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 42, no. 2, pp. 454–464, Mar./Apr. 2006.

- [38] E. S. Obe, "Calculation of inductances and torque of an axially laminated synchronous reluctance motor," *IET Electric Power Appl.*, vol. 4, no. 9, pp. 783–792, Nov. 2010.
- [39] E. S. Obe and A. Binder, "Direct phase-variable model of a synchronous reluctance motor including all slot and winding harmonics," *Energy Convers. Manage.*, vol. 52, pp. 284–291, 2011.
- [40] 우경일, "Winding Function 이론을 이용한 동기형 릴럭턴스 전동기의 토크 특성 해석," *조명·전기설비학회논문지*, vol. 25, no. 7, pp. 26-31, Jul. 2011.
- [41] T. Kim, H.-W. Lee, and S. Kwak, "The internal fault analysis of brushless dc motors based on the winding function theory," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 5, pp. 2090–2096, May 2009.
- [42] G. Dajaku and D. Gerling, "Stator slotting effect on the magnetic field distribution of salient pole synchronous permanent-magnet machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 11, pp. 3676–3683, Sept. 2010.
- [43] S. H. Han, T. M. Jahns, and W. L. Soong, "Torque ripple reduction in interior permanent magnet synchronous machines using the principle of mutual harmonics exclusion," in *Conf. Rec. IEEE Ind. Appl. Conf.*, 2007, pp. 558–565.
- [44] G. Dajaku and D. Gerling, "Influence of the air-gap permeance harmonics on the performances of the salient pole synchronous PM machines," *Electrical Machines*, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on, Vilamoura, 2008, pp. 1-6.
- [45] Q. Li, T. Fan, and X. Wen, "Armature-reaction magnetic field analysis for interior permanent magnet motor based on winding function theory," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 3, pp. 1193–1201, Mar. 2013.
- [46] K. T. Kim, J. K. Park, and J. Hur, "Comparison of the fault characteristics of IPM-type and SPM-type BLDC motors under inter-turn fault conditions using winding function theory," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 50, no. 2, pp. 986-994, Mar./Apr. 2014.
- [47] R. Dutta, M. F. Rahman, and L. Chong, "Winding inductances of an interior permanent magnet (IPM) machine with fractional slot concentrated winding," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 12, pp. 4842–4849, Dec. 2012.
- [48] M. Farshadnia, M. A. M. Cheema, R. Dutta, and J. E. Fletcher, "Analytical modelling of armature reaction airgap flux density considering the non-homogeneously saturated rotor in a fractional-slot concentrated-wound IPM machine," *IEEE Trans. Magn.*, to be published.
- [49] N. Bianchi, S. Bolognani, M. D. Pr , and G. Grezzani, "Design considerations for fractional-slot winding configurations of synchronous machines," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 42, no. 4, pp. 997–1006, Jul./Aug. 2006.
- [50] Z. Li, S. Z. Jiang, Z. Q. Zhu, and C. C. Chan, "Analytical modeling of open-circuit air-gap field distributions in multisegment and multilayer interior permanent-magnet machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 11, pp. 3121–3130, Nov. 2009.
- [51] W. Chu and Z. Q. Zhu, "Average torque separation in permanent magnet synchronous machines using frozen permeability," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 3, pp. 1202–1210, Mar. 2013.
- [52] Tajima, Fumio, et al. "Permanent magnet rotating electric machine and electric car using the same." U.S. Patent No. 7,151,335. 19 Dec. 2006.
- [53] T. A. Burress, et al. "Evaluation of the 2010 Toyota prius hybrid synergy drive system," Oak Ridge Nat. Lab., Oak Ridge, TN, USA, Tech. Rep. ORNL/TM-2010/253, Mar. 2011.
- [54] X. Liu, D. Wu, Z. Q. Zhu, A. Pride, R. P. Deodhar, and T. Sasaki, "Efficiency improvement of switched flux PM memory machine over interior PM machine for EV/HEV applications," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 11, Nov. 2014, Art. ID 8202104.
- [55] S. Murakami, T. Shiota, M. Ohto, K. Ide, and M. Hisatsune, "Encoderless servo drive with adequately designed IPMSM for pulse-voltageinjection-based position detection," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 48, no. 6, pp. 1922–1930, Nov./Dec. 2012.
- [56] N. Matsui, "Sensorless PM brushless DC motor drives," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 43, no. 2, pp. 300-308, Apr. 1996.

- [57] S. Morimoto, et al., "Sensorless control strategy for salient-pole PMSM based on extended EMF in rotating reference frame," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 38, pp. 1054-1061, Jul./Aug. 2002.
- [58] Z. Chen, M. Tomita, S. Doki, and S. Okuma, "An extended electromotive force model for sensorless control of interior permanent-magnet synchronous motors," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 50, no. 2, pp. 288-295, Apr. 2003.
- [59] B.-H. Bae, et al., "Implementation of sensorless vector control for super-high-speed PMSM of turbo-compressor," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 39, pp. 811-818, May/Jun. 2003.
- [60] I. Boldea, et al., "Active Flux Concept for Motion-Sensorless Unified AC Drives," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 23, pp. 2612-2618, Sept. 2008.
- [61] M. Schroedl, "Sensorless control of AC machines at low speed and standstill based on "INFORM" method," in *Conf. Rec. IEEE-IAS Annu. Meeting*, vol. 1, 1996, pp. 270-277.
- [62] P. L. Jansen and R. D. Lorenz, "Transducerless position and velocity estimation in induction and salient AC machines," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 31, no. 2, pp. 240-247, Mar./ Apr. 1995.
- [63] J. I. Ha and S. K. Sul, "Sensorless field-orientation control of an induction machine by high-frequency signal injection," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 35, no. 1, pp. 45-51, Jan./Feb. 1999.
- [64] J. H. Jang, S. K. Sul, J. I. Ha, K. Ide, and M. Sawamura, "Sensorless drive of surface-mounted permanent-magnet motor by high-frequency signal injection based on magnetic saliency," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 39, no. 4, pp. 1031-1039, Jul./Aug. 2003.
- [65] S. C. Yang and R. D. Lorenz, "Surface permanent magnet synchronous machine position estimation at low speed using eddy-current-reflected asymmetric resistance," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 27, no. 5, pp. 2595-2604, May 2012.
- [66] Y. D. Yoon, S. K. Sul, S. Morimoto, and K. Ide, "High bandwidth sensorless algorithm for AC machines based on square-wave-type voltage injection," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 47, no. 3, pp. 1361-1370, May/Jun. 2011.
- [67] S. Kim, J. I. Ha, and S. K. Sul, "PWM switching frequency signal injection sensorless method in IPMSM," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 48, no. 5, pp. 1576-1587, Sept./Oct. 2012.
- [68] Y. Murai, A. Riyanto, H. Nakamura, and K. Matsui, "PWM strategy for high frequency carrier inverters eliminating current-clamps during switching dead-time," in *Conf. Rec. IEEE-IAS Annu. Meeting*, Houston, TX, 1992, pp. 317-322.
- [69] J. W. Choi and S. K. Sul, "A new compensation strategy reducing voltage/current distortion in PWM VSI systems operating with low output voltages," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 31, no. 5, pp. 1001-1008, Sept./Oct. 1995.
- [70] D.-W. Chung and S.K.Sul, "Analysis and Compensation of Current Measurement Error in Vector-Controlled AC Motor Drives," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 34, pp. 340-345, Mar./Apr. 1998.
- [71] G. H. Jang, J. W. Yoon, N. Y. Park, and S. M. Jang, "Torque and unbalanced magnetic force in a rotational unsymmetric brushless DC motors," *IEEE Trans. Ind. Magn.*, vol. 32, no. 5, pp. 5157-5159, Sept 1996.
- [72] J. K. Tangudu and T.M. Jahns, "Comparison of interior PM machines with concentrated and distributed stator windings for traction applications," in *Proc. IEEE VPPC*, Sep. 6-9, 2011, pp. 1-8.

Abstract

For the last 10 years, fractional-slot concentrated winding (FSCW) permanent magnet synchronous motors (PMSMs) have been gaining interest. Thanks to many advantages of FSCW such as high torque density, high efficiency, low cogging torque, short end turn, and high fill factor, FSCW has been broadening its application area in industry.

However, the conventional model of interior permanent magnet synchronous motors (IPMSMs) used for vector control cannot be applied to FSCW IPMSMs. In the conventional IPMSM model, it is assumed that the motor is symmetric and has sinusoidal winding. However, FSCW IPMSMs are normally asymmetric and have pulse-shaped windings, which is against basic assumptions of the conventional IPMSM model. Moreover, in the paper, it is revealed that permeance functions modeling saliency of IPMSMs in conventional research do not agree with airgap magnetic field distribution of actual IPMSMs. This is because the so-called “floating pole piece effect”, which is a distinguishing feature of IPMSMs, has not been fully considered in the conventional research.

In this paper, airgap magnetic field distribution of IPMSMs is analyzed considering the floating pole piece effect. Based on this analysis, an accurate inductance formulation method for FSCW IPMSMs is proposed. At first, based on the one-ampere conductor method, the coil inductance is calculated using the airgap magnetic field distribution formed by a conductor element. Then the coil inductance is transformed into phase and synchronous inductances considering winding method according to pole/slot combinations of FSCWs. Furthermore, motors having asymmetric rotor and winding for absolute position sensorless drive are modeled based on the proposed inductance formulation method. These models are utilized in the optimization of the motors.

Keywords: IPMSM, fractional-slot concentrated winding, inductance, winding function theory, absolute position sensorless drive

Student Number: 2012-30191

부 록

A. IPMSM 설계 관련 용어 정리

A.1 형상 관련 용어

그림 A-1과 IPMSM의 각 부분별 명칭을 나타내며, 표 A-1은 이에 대한 한글 및 영어 표현을 나타낸다.

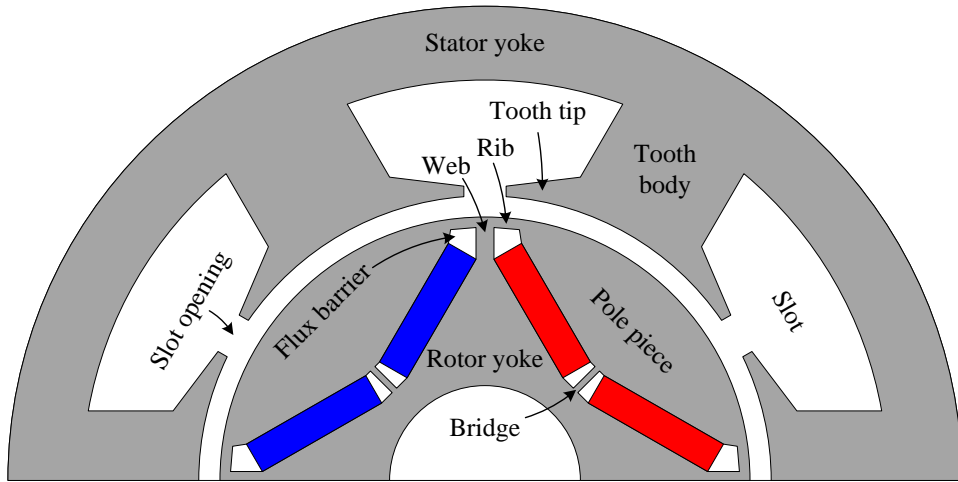


그림 A-1. IPMSM의 각 부분별 명칭

표 A-1. IPMSM의 각 부분별 명칭에 대한 한글 및 영어 표현

한글 표현	영어 표현	한글 표현	영어 표현
고정자 요크	Stator yoke	리브	Rib
치	Tooth	웹	Web
치 중심부	Tooth body	자속 장벽	Flux barrier
치단	Tooth tip	극편	Pole piece
슬롯	Slot	회전자 요크	Rotor yoke
슬롯 오프닝	Slot opening	브릿지	Bridge

그림 A-2는 IPMSM에서 각 치수 관련 기호가 해당되는 위치를 나타내며, 표 A-2는 각 기호의 의미를 나타낸다.

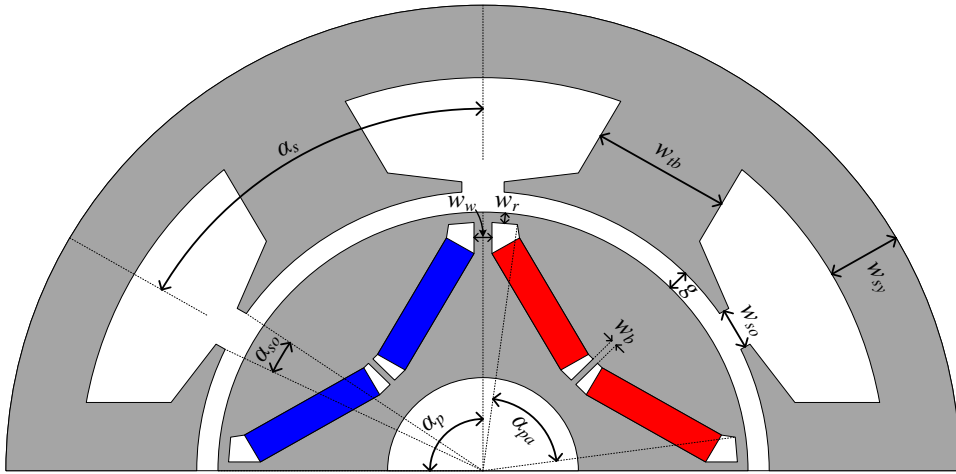


그림 A-2. IPMSM의 치수 기호

표 A-2. IPMSM의 치수 기호의 의미

기호	의미(한글)	의미(영어)
w_{sy}	고정자 요크 너비	Stator yoke width
w_{tb}	치 중심부 너비	Tooth body width
w_{so}	슬롯 오프닝 너비	Slot opening width
w_r	리브 너비	Rib width
w_w	웹 너비	Web width
w_b	브릿지 너비	Bridge width
g	공극 너비	Airgap width
α_c	코일 피치 각	Coil pitch angle
α_p	극 피치 각	Pole pitch angle
α_{pp}	극쌍 피치 각	Pole pair pitch angle
α_{pa}	극호 각	Pole arc angle
α_s	슬롯 피치 각	Slot pitch angle
α_{so}	슬롯 오프닝 각	Slot opening angle
θ_c	코일 각	Coil angle

A.2 권선법 관련 용어

표 A-3에서는 권선법에 대한 용어를 정리하였다.

표 A-3. 권선법 관련 용어 정리

한글 표현	영어 표현	뜻
집중권	concentrated winding	1극 1상의 코일이 1개인 권선
분포권	distributed winding	1극 1상의 코일이 2개 이상인 권선
전절권	full pitch distributed winding	코일 피치가 180° E인 권선
단절권	fractional (short) pitch distributed winding	코일 피치가 180° E 미만인 권선
정수 슬롯 권선	integral slot winding	SPP 가 정수인 권선
분수 슬롯 권선	fractional slot winding	SPP 가 분수인 권선
단층권	single layer winding	슬롯당 하나의 코일단이 들어간 권선
이층권	double layer winding	슬롯당 두개의 코일단이 들어간 권선
중첩권	overlapping winding	코일이 중첩된 권선
비중첩권	nonoverlapping winding	코일이 중첩되지 않은 권선

B. 권선 함수를 이용한 영구자석 전동기의 이해

권선 함수는 전동기를 직관적이고 쉽게 이해할 수 있게 하는 도구로서 널리 사용되고 있다. 이 장에서는 권선 함수를 이용한 몇 가지 전동기의 분석 방법에 대하여 알아본다.

B.1 단절 계수, 분포 계수, 권선 계수

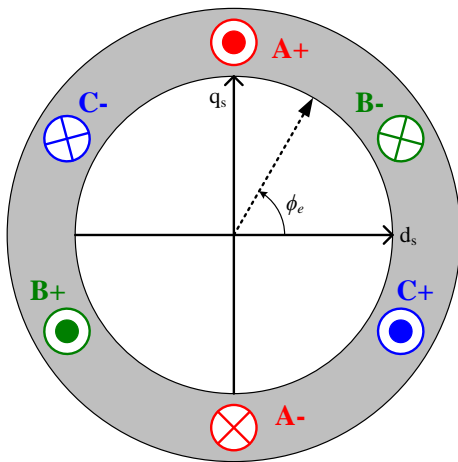
B.1.1 단절 계수(Pitch factor)

그림 B-1는 폴 피치 코일을 집중권으로 배치한 폴 피치 집중권(Full-pitch concentrated winding)의 전기각 한 주기에 대한 권선도와 상별 권선 함수를 그린 것이다. a상의 권선 함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

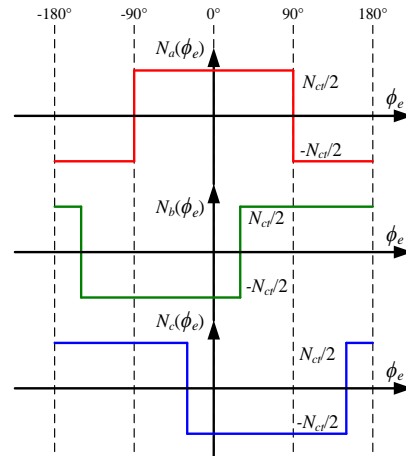
$$N_a(\phi_e) = \sum_{h=1}^{\infty} N_{ah} \cos h\phi_e. \quad (\text{B.1})$$

코일 피치를 전기각 180° 로 하여 폴 피치 코일을 만들면 정해진 턴수에서 권선 함수의 기본파를 최대로 할 수 있다. 폴 피치 코일에 대한 권선 함수의 고조파 계수, N_{FPh} , 는 다음과 같다.

$$N_{FPh} = N_{ah} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \{N_a(\phi_e) \cos h\phi_e\} d\phi_e = \frac{2}{\pi} N_{ct} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos h\phi_e d\phi_e = \frac{2N_{ct}}{\pi h} \sin \frac{\pi}{2} h. \quad (\text{B.2})$$

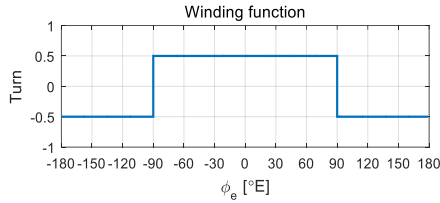


(가) 권선도

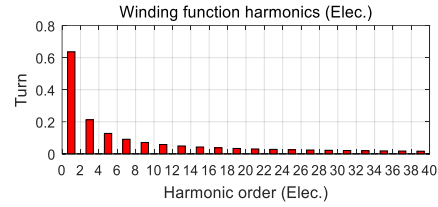


(나) 권선 함수

그림 B-1. 폴 피치 집중권의 권선도 및 권선 함수



(가) 권선 함수



(나) 고조파 계수

그림 B-2. 그림 B-1 권선의 권선 함수와 고조파 특성

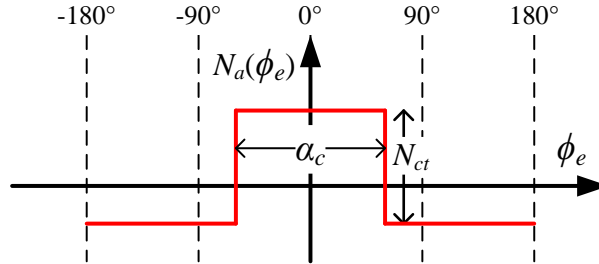


그림 B-3. 임의의 코일 피치에 따른 권선 함수

그림 B-2는 단위 턴수 1을 가지는 풀 피치 코일의 고조파 계수를 식 (B.2)에 따라 도식한 것이다. 풀 피치 코일의 반파 대칭 특성 때문에 짝수 고조파는 존재하지 않으며, 고조파의 크기는 차수에 반비례한다.

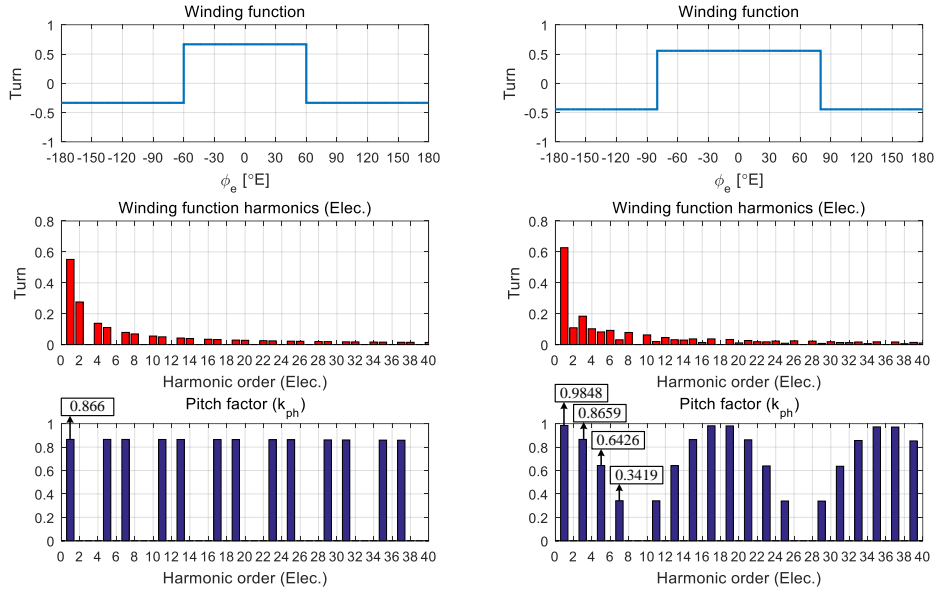
그림 B-3은 임의의 코일 피치 α_c 를 가지는 코일의 권선 함수를 나타낸다. 임의의 코일에 대한 권선 함수의 고조파 계수는 아래와 같이 계산된다.

$$N_{ah} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \{N_a(\phi_e) \cos h\phi_e\} d\phi_e = \frac{2}{\pi} N_{ct} \int_0^{\frac{\alpha_c}{2}} \{\cos h\phi_e\} d\phi_e = \frac{2N_{ct}}{\pi h} \sin \frac{\alpha_c}{2} h. \quad (B.3)$$

임의의 코일에 대한 단절 계수(Pitch factor)는 아래와 같이 정의된다.

$$k_{ph} = \frac{N_{ah}}{N_{FPh}} = \frac{\sin \frac{\alpha_c}{2} h}{\sin \frac{\pi}{2} h}. \quad (B.4)$$

단절 계수는 단일 코일의 코일 피치에 따른 공극 기자력, 역기전력(Back ElectroMotive Force: Back EMF), 토크(Torque), 인덕턴스(Inductance) 등의 전반적인 특성을 결정하는 지표이다.



(가) 2P3S 권선의 한 코일($\alpha_c=120^\circ\text{E}$) (나) 8P9S 권선의 한 코일($\alpha_c=160^\circ\text{E}$)

그림 B-4. 코일 피치에 따른 권선 함수 고조파 특성 및 단절 계수

그림 B-4는 $\alpha_c=120^\circ\text{E}$ 와 $\alpha_c=160^\circ\text{E}$ 의 경우에 대하여 권선 함수 고조파 및 단절 계수를 나타낸다. 그림 B-4(가)는 흔히 사용되는 SPP=0.5인 전동기이다. 그림에서 볼 수 있듯이 단절 계수는 3의 배수 고조파에 대해서 영이 되며 나머지 고조파에 대해서는 모두 0.866이 된다. 자세한 증명은 다음 절에서 다루겠지만, 이는 폴 피치 코일 대비 역기전력의 기본파가 0.866배가 되며 3의 배수 고조파는 사라지게 되는 것을 의미한다. 하지만 3의 배수 고조파는 중성점 연결이 없는 3상 Y결선 전동기의 경우 선간 전압에서 상쇄되므로, SPP=0.5인 전동기에서 코일에 의한 고조파 상쇄 효과는 실제적으로 중요하지 않다고 할 수 있다.

그림 B-4(나)는 8P9S 전동기의 하나의 코일에 해당하는 권선 함수 특성 및 단절 계수를 나타낸다. 단절 계수는 기본파에서 0.9848로 1에 가까우며 고조파 차수가 올라감에 따라 주기적으로 감소 및 증가를 반복하는 패턴을 가진다. 따라서 코일에 유기되는 역기전력의 기본파는 1.5%만 감쇄되지만, 주 고조파인 5, 7차 고조파는 각각 35.7%, 65.8%씩 감쇄되므로 SPP=0.5인 전동기의 코일에 비하여 특성이 좋다고 할 수 있다.

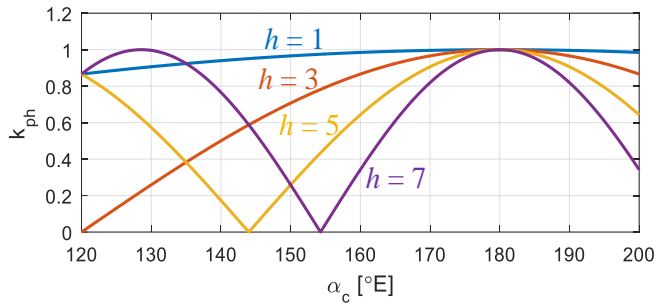
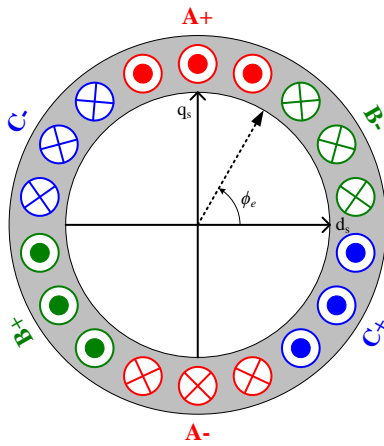
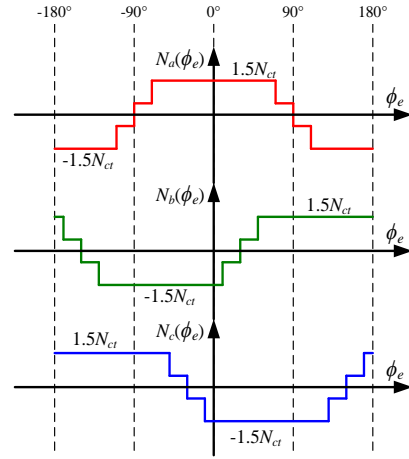


그림 B-5. 코일 피치에 따른 단절 계수



(가) 권선도



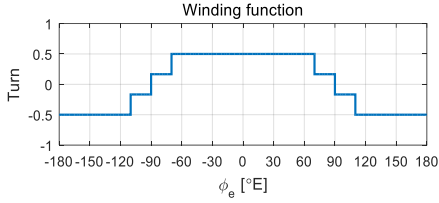
(나) 권선 함수

그림 B-6. 전절권의 권선도 및 권선 함수

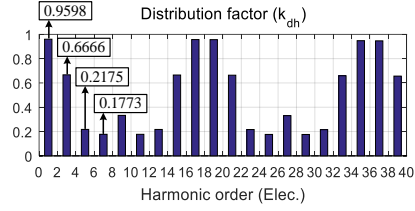
그림 B-5는 식 (B.4)에 따라 각 고조파 차수에서 코일 피치에 따른 단절 계수를 나타낸 것이다. 코일 피치가 120°E에서 멀어질수록 각 고조파의 단절 계수는 감소하며, 고조파 차수가 클수록 감소폭이 크다.

B.1.2 분포 계수(Distribution factor)

그림 B-6은 풀 피치 코일을 분포권으로 배치한 전절권(Full pitch distributed winding)의 권선도 및 권선 함수를 나타낸다. 분포 계수(Distribution factor)는 동일한 코일 피치를 가지는 여러 코일을 한 상에 배치하는 방법에 따른 특성을 나타내는 지표이다. 그림 B-6과 같이 한 상에 대하여 20° E 씩 위상이 다른 코일 3개를 배치할 경우 권선 함수는 아래와 같이 나타낼 수 있다.



(가) 권선 함수



(나) 분포 계수

그림 B-7. 그림 B-6 권선의 권선 함수 분포 계수

$$\begin{aligned}
 N_a(\phi_e) &= \sum_{h=1}^{\infty} N_{ah} \cos h(\phi_e - 20^\circ) + \sum_{h=1}^{\infty} N_{ah} \cos h\phi_e + \sum_{h=1}^{\infty} N_{ah} \cos h(\phi_e + 20^\circ) \\
 &= \sum_{h=1}^{\infty} N_{ah} \cos h\phi_e + \sum_{h=1}^{\infty} N_{ah} \{ \cos h(\phi_e - 20^\circ) + \cos h(\phi_e + 20^\circ) \} \\
 &= \sum_{h=1}^{\infty} N_{ah} \cos h\phi_e + \sum_{h=1}^{\infty} 2N_{ah} \cos 20^\circ h \cos h\phi_e \\
 &= \sum_{h=1}^{\infty} (1 + 2 \cos 20^\circ h) N_{ah} \cos h\phi_e
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

코일 3개를 같은 슬롯에 중첩하여 배치하면 권선 함수는 아래와 같다.

$$N_a(\phi_e) = 3 \sum_{h=1}^{\infty} N_{ah} \cos h\phi_e. \tag{B.6}$$

분포 계수는 식 (B.5)와 같이 분포된 코일의 권선 함수 계수를 식 (B.6)과 같이 집중된 코일의 권선 함수 계수에 대한 상대적인 비율로 나타낸 것이다. 그림 B-6과 같은 권선의 경우 분포계수는 다음과 같다.

$$k_{dh} = \frac{(1 + 2 \cos 20^\circ h) N_{ah}}{3 N_{ah}} = \frac{1 + 2 \cos 20^\circ h}{3}. \tag{B.7}$$

그림 B-7은 그림 B-6의 권선의 분포 계수를 식 (B.7)에 따라 도식한 것이다. 권선의 분포에 따라 권선 함수의 기본파는 약 4% 감쇄하지만 5, 7차 고조파 성분은 각각 78.2%, 82.2% 씩 감쇄하는 것을 알 수 있다.

분포 계수에 대한 의미는 식 (B.5)-(B.7) 뿐만 아니라 벡터도를 이용하여서 직관적으로 이해할 수도 있다. 그림 B-8는 그림 B-6에 표시한 권선의 권선 함수 고조파에 대한 벡터도를 도식한 것이다. 각 고조파에 대하여 점선은 단일 코일이 만드는 권선 벡터이며, 실선은 세 코일이 합쳐진 하나의 상 권선이 만드는 권선 벡터이다. 기본파에 대해서는 각 코일의 권선 벡터가 20° 씩이라 상 권선 벡터의 크기에는 큰 손해가 없지만, 고조파 차수가 올라감에 따라 코일 권선 벡터의

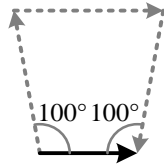
위상차가 20°의 배수로 증가하므로 합 벡터의 크기가 작아지게 된다.



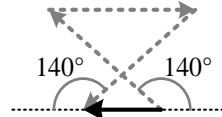
(가) 기본파(h=1)



(나) 3 고조파(h=3)



(다) 5 고조파(h=5)



(라) 7 고조파(h=7)

그림 B-8. 그림 B-6 권선의 권선 함수 고조파에 대한 벡터도

B.1.3 권선 계수(Winding factor)

단절 계수는 단일 코일의 코일 피치에 따른 특성을 나타내며 분포 계수는 여러 코일을 분포시키는 방법에 따른 특성을 나타낸다. 권선 계수(Winding factor)는 이러한 효과를 모두 고려하여 권선의 전반적인 특성을 나타내는 지표이다. 권선 계수는 아래와 같이 단절 계수와 분포 계수의 곱으로 정의된다.

$$k_{wh} = k_{ph} \cdot k_{dh} \quad (\text{B.8})$$

보통 권선 계수는 기본파에 대한 것(k_{w1})을 의미하지만, 식 (B.8)과 같이 고조파에 대하여도 권선 계수를 사용할 수 있다. 권선 계수는 식 (B.8)과 같이 k_{ph} 와 k_{dh} 를 통해 계산될 수도 있지만, 한 상의 권선 함수의 고조파 스펙트럼을 구하여서 바로 계산할 수도 있다.

B.2 역기전력

본 절에서는 권선 함수를 이용하여 권선법에 따른 역기전력의 특성을 분석한다. 역기전력 계산에 대한 예시로 제 2장에서 도시한 8P9S 전동기와 8P12S 전동기를 사용하였다. 그림 B-9은 8P9S IPMSM 전동기의 무부하(No load) 조건에서 영구자석 근처에서의 자속 밀도와, 자속선(Flux lines)을 나타낸다.

회전자의 자속 분포는 기본적으로 그림 4-10에서 다룬 자기 회로에 따라서 결정되며, 공극의 자속 분포는 여기에서 추가로 슬롯 효과에 의해서 슬롯의 개수 및 형태에 따라 영향을 받게 된다. 그림 B-10는 예시로 사용하는 8P9S, 8P12S 전동기와 함께 고정자의 철심으로 투자율(Permeability)이 매우 큰 이상적인 물질을 사용하고 슬롯을 모두 제거한 8P0S 전동기의 경우에서 공극 자속 밀도의 방사방향 성분(B_r)을 회전자 위치에 따라 나타낸 것이다. 8P0S의 경우 일정한 공극 자속 분포가 회전자에 동기되어 따라가는 형태지만, 8P9S와 8P12S의 경우에는 슬롯 오프닝 위치마다 B_r 이 줄어드는 대신 그 외의 부분에서는 B_r 이 다소 커지는 현상이 보인다.

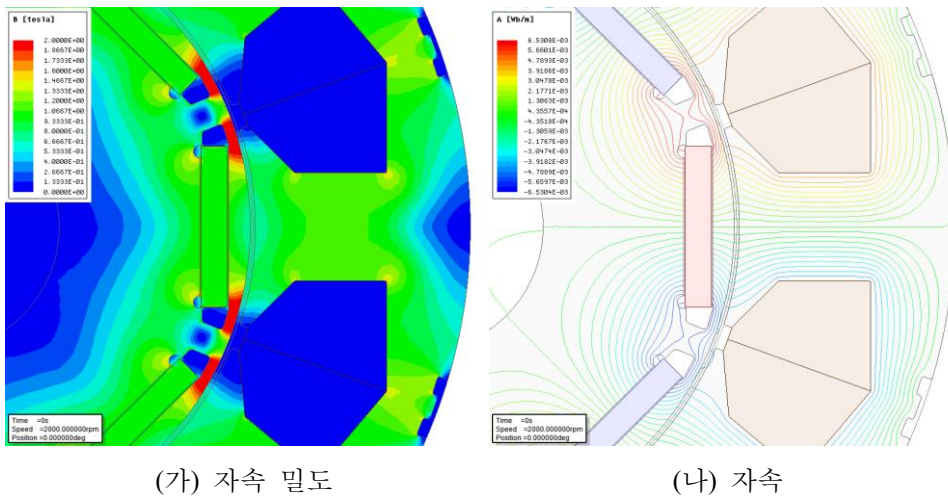
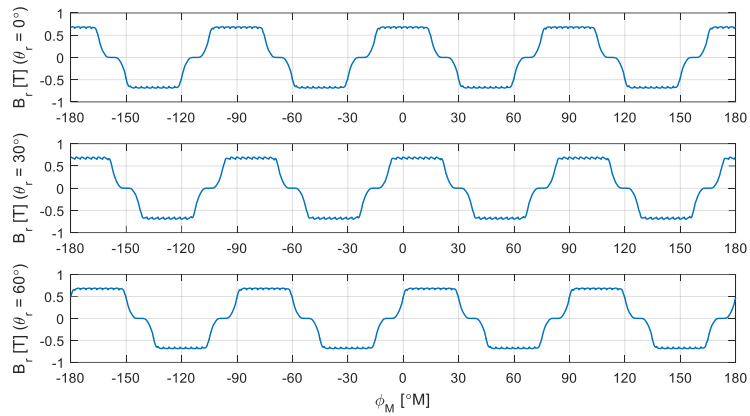
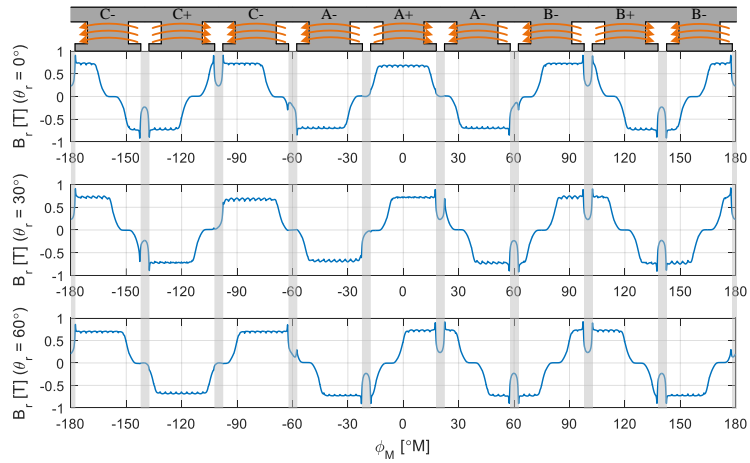


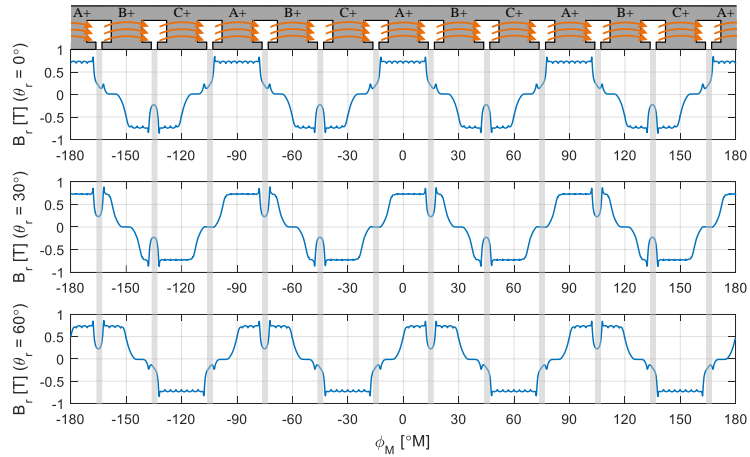
그림 B-9. 8P9S IPMSM의 무부하 자속 밀도 및 자속



(가) 8P0S IPMSM



(나) 8P9S IPMSM

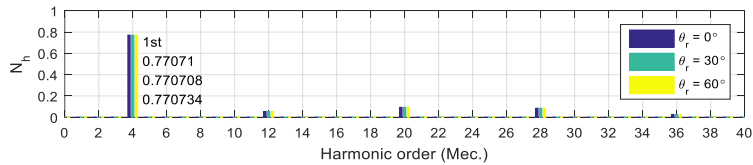


(다) 8P12S IPMSM

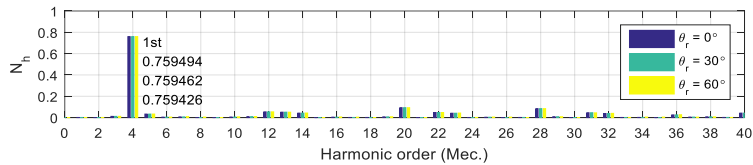
그림 B-10. 고정자 구조에 따른 공극 자속 밀도

그림 B-11는 그림 B-10의 공극 자속 밀도 파형의 고조파 스펙트럼을

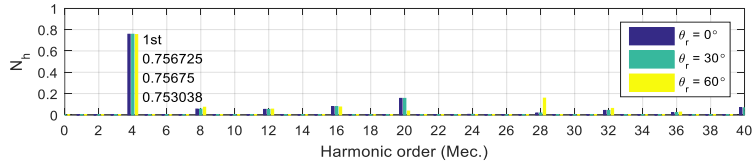
나타낸다. 8P0S의 경우 회전자 위치에 관계 없이 동일한 고조파 분포를 가지지만, 8P9S와 8P12S에서는 회전자에 동기되지 않은 슬롯 고조파(Slot harmonics)의 영향으로 회전자 위치마다 조금씩 분포가 달라진다. 이러한 현상은 참고 문헌 [72]에서도 확인된다. 하지만 공극 자속 분포는 슬롯 오프닝이 일정 수준 이상 크지 않으면 영향이 크지 않다. 예시로 사용한 전동기에서 슬롯에 의한 공극 자속 밀도의 기본파 강하는 2% 이하이며 전기각 기준으로 홀수 고조파, 즉 기계각 기준 $p \cdot (2n-1)$ 차 고조파는 평균적으로 세 경우 모두 비슷한 것을 볼 수 있다. 슬롯 효과를 고려하여 평균 유효 공극 길이(g_e)의 증가를 근사한 카터 계수(Carter's coefficient)[21]를 도입하거나 슬롯 오프닝을 고려한 공극 함수의 보정을 통하여 이를 설명할 수 있지만[29], [36], [42], 본 분석에서는 슬롯에 의한 부수적인 효과 보다는 권선 방법에 따른 특성 파악에 중점을 두고 있으므로 이러한 효과는 추후에 추가로 고려하는 것으로 한다.



(가) 8P0S IPMSM



(나) 8P9S IPMSM



(다) 8P12S IPMSM

그림 B-11. 고정자 구조에 따른 공극 자속 밀도의 고조파 스펙트럼

슬롯의 영향을 무시한다면 공극 자속 밀도는 그림 B-10(가)와 같이 일정한 형태의 분포가 회전자의 이동에 따라 진행되는 것으로 이해할 수

있으며, 푸리에 급수로는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$B_r(\phi_m, \theta_r) = \sum_{h=1}^{\infty} B_{ph} \cosh(p\phi_m - \theta_r). \quad (\text{B.9})$$

위의 식에서 고조파 계수 B_{ph} 는 그림 B-11(가)와 같이 슬롯의 영향을 무시한 경우의 고조파 분포도에서 추출한 값을 사용할 수 있다. A 상의 권선 함수가 다음과 같이 표현된다고 하자.

$$N_a(\phi_m) = \sum_{h=0}^{\infty} N_h \cos h\phi_m. \quad (\text{B.10})$$

그러면 A 상의 쇄교 자속은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \lambda_{a_PM}(\theta_r) &= RL \int_{-\pi}^{\pi} N_a(\phi_m) B_r(\phi_m, \theta_r) d\phi_m \\ &= RL \sum_{h=1}^{\infty} N_{ph} B_{ph} \int_{-\pi}^{\pi} \cos h p \phi_m \cosh(p\phi_m - \theta_r) d\phi_m \\ &= RL \sum_{h=1}^{\infty} \frac{N_{ph} B_{ph}}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \{ \cosh(2p\phi_m - \theta_r) + \cosh h\theta_r \} d\phi_m. \\ &= \pi RL \sum_{h=1}^{\infty} N_{ph} B_{ph} \cosh h\theta_r \\ &= \sum_{h=1}^{\infty} \lambda_h \cosh h\theta_r \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

식 (B.11)과 같이 쇄교 자속의 계산에서 권선 함수와 공극 자속 밀도의 곱셈이 사용되므로 권선 함수에서 차수가 $B_r(\phi_m, \theta_r)$ 의 차수와 같은 고조파만 한 주기 적분에서 유효한 값을 나타낸다. 회전자가 $\theta_r = \omega_r t$ 으로 회전할 때 권선에 유기되는 역기전력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e_{a_PM}(\theta_r) &= \frac{d}{dt} \lambda_{a_PM}(\theta_r) \\ &= - \sum_{h=1}^{\infty} h \omega_r \lambda_h \sin h\theta_r \\ &= - \pi RL \omega_r \sum_{n=1}^{\infty} h \cdot N_{ph} B_{ph} \sin h\theta_r \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} e_h \sin h\theta_r \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

역기전력은 기본파를 포함한 모든 고조파의 위상이 쇄교 자속 대비 90도 앞서며 크기는 회전 속도, 고조파 차수, 권선함수 및 공극 자속 밀도의 계수 등에 비례하게 된다. 대칭의 다극 전동기의 경우 다음과 같은

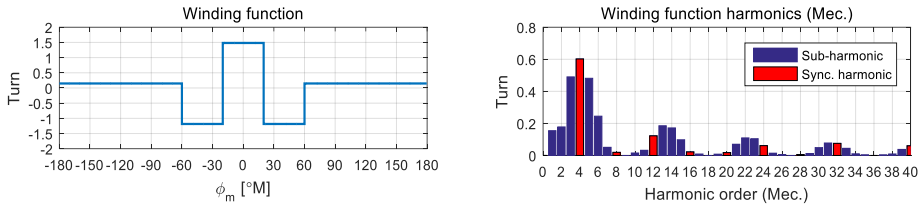
전기각 기준 표현을 사용할 수도 있다.

$$\begin{aligned}
 \lambda_{a_PM}(\theta_r) &= RL \int_{-\pi}^{\pi} N_a(\phi_m) B_{PM}(\phi_m, \theta_r) d\phi_m \\
 &= RL \int_{-p\pi}^{p\pi} N_a\left(\frac{1}{p}\phi_e\right) B_{PM}\left(\frac{1}{p}\phi_e, \theta_r\right) \frac{1}{p} d\phi_e \\
 &= RL \int_{-\pi}^{\pi} N_a'(\phi_e) B_{PM}'(\phi_e, \theta_r) d\phi_e \quad . \\
 &= \pi RL \sum_{h=1}^{\infty} N_h' B_h' \cos h\theta_r \\
 &= \sum_{h=1}^{\infty} \lambda_h \cos h\theta_r
 \end{aligned} \tag{B.13}$$

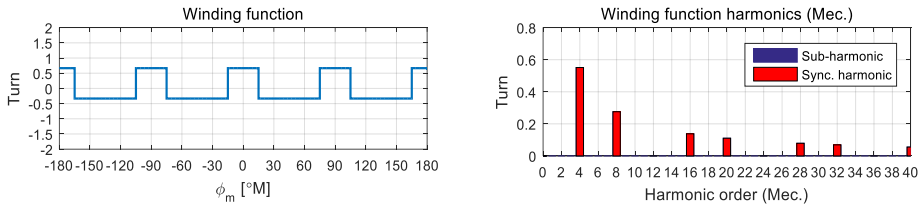
$$\begin{aligned}
 e_{a_PM}(\theta_r) &= -\pi RL \omega_r \sum_{n=1}^{\infty} h \cdot N_h' B_h' \sin h\theta_r \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} e_h \sin h\theta_r \quad .
 \end{aligned} \tag{B.14}$$

여기서 $N_a'(\phi_e)$ 와 $B_{PM}'(\phi_e, \theta_r)$ 는 다음과 같이 전기각 기준 표현을 의미한다.

$$N_x'(\phi_e) \triangleq N_x\left(\frac{1}{p}\phi_e\right), \quad B_{PM}'(\phi_e, \theta_r) \triangleq B_{PM}\left(\frac{1}{p}\phi_e, \theta_r\right) . \tag{B.15}$$



(가) 8P9S 전동기

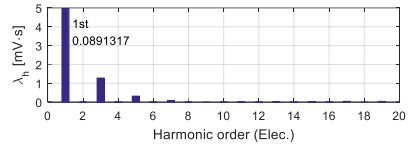
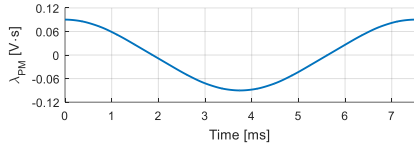


(나) 8P12S 전동기

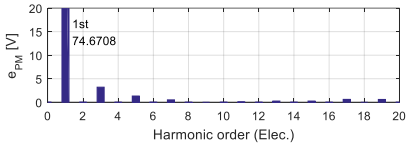
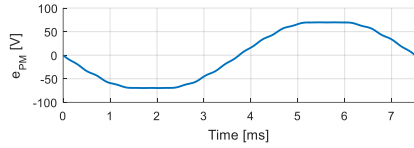
그림 B-12. 8P9S 및 8P12S 전동기의 권선 함수와 고조파 특성

앞서 유도한 수식을 검증하기 위하여, 수식 (B.9)-(B.12)을 사용하여 직접 역기전력을 계산하여 FEA로 구한 역기전력과 비교하여 보았다. 이를 위해 공극 자속 밀도 B_{PM} 의 고조파 계수는 그림 B-11(가)의 것을

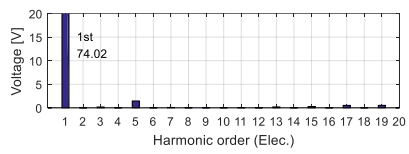
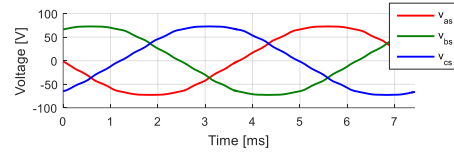
사용하였으며 8P9S 및 8P12S 전동기의 단위 턴 기준 권선 함수 및 고조파 특성은 그림 B-12과 같다. 고조파 분포에서 붉게 표시된 부분은 전체 계수 중에 전기각과 동기된 주파수 성분들을 의미한다. 식 (B.11)-(B.12)에서 설명하였듯이 권선 함수의 고조파 중에 실제로 유의미한 성분은 이와 같이 전기각과 동기된 주파수 성분들이다. 그림 B-13과 그림 B-14는 수식 (B.9)-(B.12)를 이용해 계산한 역기전력과 실제 FEA로 구한 역기전력을 보여준다. 같은 회전자를 사용했음에도 8P9S 전동기에서 역기전력의 기본파가 더 크며 고조파는 더 작은 것을 볼 수 있다. 이러한 이유는 그림 B-12에서 알 수 있듯이, 8P9S 전동기에서 권선 함수의 기본파 성분이 더 크고 고조파 성분이 더 작기 때문이다. 두 모터의 경우 모두 기본파 역기전력에 대해서는 FEA 결과와 비교할 때 식 (B.12)으로 계산한 값이 1% 오차 이하로 정확하게 계산이 되었으며 그 외의 고조파에 대해서도 분포가 크게 다르지 않다는 것을 확인할 수 있다. 8P9S 전동기에서의 3고조파 성분과 8P12S 전동기에서의 7고조파 성분은 상대적으로 오차가 큰데, 이는 슬롯 고조파에 의한 영향으로 볼 수 있다.



(가) 식 (B.11)로 계산한 쇄교 자속

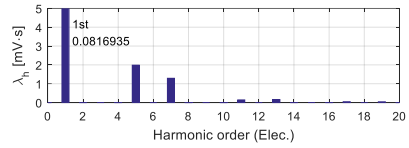
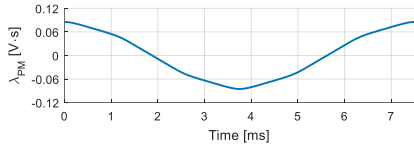


(나) 식 (B.12)으로 계산한 역기전력

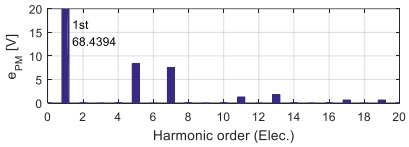
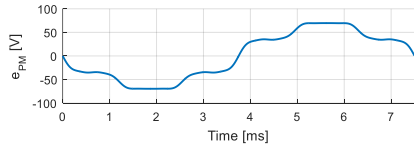


(다) FEA를 통해 구한 역기전력

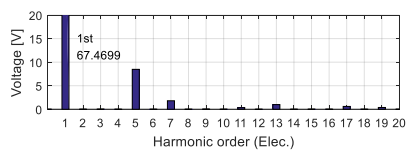
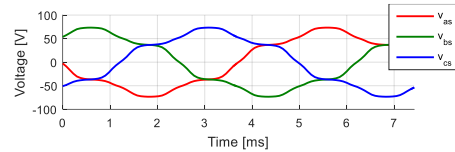
그림 B-13. 8P9S IPMSM의 역기전력 계산 결과



(가) 식 (B.11)으로 계산한 쇄교 자속



(나) 식 (B.12)으로 계산한 역기전력



(다) FEA를 통해 구한 역기전력

그림 B-14. 8P12S IPMSM의 역기전력 계산 결과

앞서 검증한 식 (B.12)에 따라서 정현적인 역기전력을 얻기 위해서는, 권선 함수 혹은 공극 자속 밀도 중 최소한 하나가 정현적이어야 한다. 그림 B-10에 예시로 사용한 전동기는 공극 자속 밀도가 정현적이지 않지만, 그림 B-13과 같이 8P9S 전동기의 역기전력이 정현적인 이유는 권선 함수가 전기각 기준으로 정현파에 가깝기 때문이다. 하지만 그림 B-14과 같이 $SPP=0.5$ 인 전동기를 사용하게 되면 권선 함수가 정현적이지 않기 때문에 역기전력에 고조파 성분이 많아진다. 이와 같이 비 정현적인 권선 함수를 사용할 경우 참고 문헌 [55]와 같이 회전자 표면을 성형하여 공극 자속 밀도를 정현적으로 만들면 정현적인 역기전력을 얻을 수 있다.